

1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad v(t) &= at + \frac{b}{t} + c, & \text{(b)} \quad y &= 3 \cos x - 2 \operatorname{sen} x, & \text{(c)} \quad y &= \frac{x}{x-3}, \\ \text{(d)} \quad z(t) &= (1-t) \cos t, & \text{(e)} \quad f(y) &= a \sqrt{y} \cdot \operatorname{sen} y, & \text{(f)} \quad Q(\alpha) &= \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{1 + \cos \alpha}, \\ \text{(g)} \quad h(\phi) &= \frac{\operatorname{sen} 2\phi}{\cos 3\phi}, & \text{(h)} \quad f(x) &= \cos(e^{3x}), & \text{(i)} \quad f(x) &= \cos(4x^2 - x + 1). \end{aligned}$$

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad U(t) &= qt^{-2}, & \text{(b)} \quad R(s) &= \frac{1}{a-bs}, & \text{(c)} \quad R(s) &= \frac{1}{\log_{10} s}, & \text{(d)} \quad v(t) &= (3t-1)^{-2} \\ \text{(e)} \quad y &= \frac{x+1}{x-2}, & \text{(f)} \quad y &= x \cdot \log_{10} x, & \text{(g)} \quad y &= x \cdot \cos x, & \text{(h)} \quad f(x) &= x \cdot \operatorname{sen}(|x|). \end{aligned}$$

Dire se la funzione f di (h) è derivabile anche nell'origine (motivare la risposta) e, in caso affermativo, calcolare $f'(0)$.

3. Le misure della lunghezza e della larghezza di un poster rettangolare sono 160cm e 90cm, entrambe con l' errore del 2%. Qual è l'errore percentuale (errore relativo) sull'area calcolata? Calcola la misura dell'area con l'errore assoluto.

4. Misurando il volume di un cilindro metallico si trova $V = 10,0 \text{ cm}^3 \pm 0,1 \text{ cm}^3$; la massa del cilindro è $m = 27,1 \text{ g} \pm 0,1 \text{ g}$. Calcola la densità e l'errore percentuale sulla densità.

5. Mediante il differenziale calcolare approssimativamente la quantità $\sqrt{10001}$.

6. Usare il differenziale della funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ per calcolare approssimativamente $1,002^{-1}$ e $0,997^{-1}$ e confrontare i risultati con i valori precisi.

7. Si ricordi che il pH è definito come $\text{pH} = -\log_{10} a_{\text{H}^+}$, dove a_{H^+} indica l'attività adimensionale dei cationi ossonio.

(a) Una soluzione abbia un pH di 4. Per quale pH l'attività a_{H^+} risulterebbe mille volte minore?

(b) Se il pH è stato determinato con una accuratezza di un decimo di pH, con quale errore percentuale si conosce a_{H^+} ? (Si usi il differenziale della funzione $y = f(x) = -\log_{10} x$ e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

8. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$, $x \neq 1$,

(a) determinare gli intervalli in cui essa è crescente o decrescente;

(b) determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $y = f(x)$ nel punto di intersezione del grafico con l'asse y .

9. Determinare i minimi e massimi relativi e i punti di flesso della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \ln x, \quad x > 0.$$