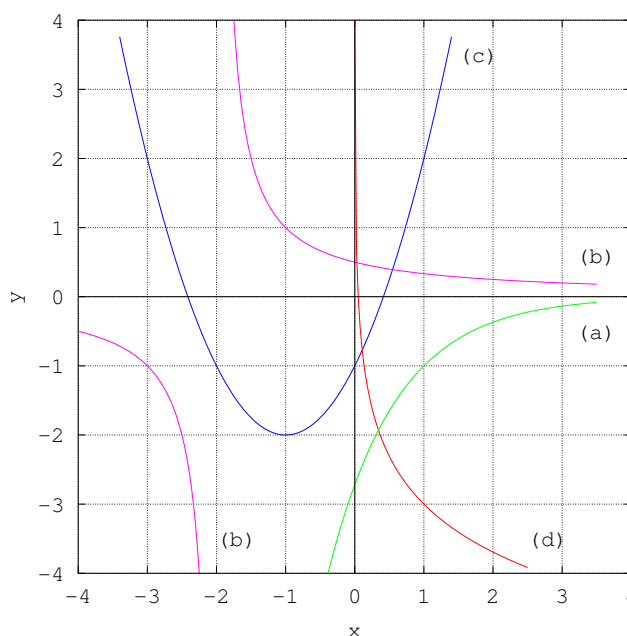


C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica
Matematica

17. 12. 2013

1. Quante sono le possibili funzioni $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$? Quante di tali funzioni sono iniettive?
2. Nella fase esponenziale della crescita il numero N di cellule in una coltura batterica di *Escherichia coli*, in condizioni nutrizionali poveri, si raddoppia ogni 40-50 minuti. Quante ore ci vogliono affinché vi siano presenti $10^3 N_0$ cellule? (a) 2,5-5 ore, (b) 7-8 ore, (c) 70-80 ore, (d) 40-50 ore, (e) 667-833 ore.
3. Quanto vale $\ln\left(\sqrt[5]{\frac{1}{e}}\right)$? (a) 5, (b) $-\sqrt[5]{e}$, (c) $\frac{1}{e}$, (d) $\frac{1}{5}$, (e) nessuno dei precedenti
4. In figura sono tracciati 4 grafici (a), (b), (c) e (d). Individuate le funzioni corrispondenti ai 4 grafici tra le seguenti:

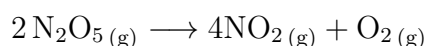
- (A) $y = (x - 1)^2 - 2$
- (B) $y = (x + 1)^2 - 2$
- (C) $y = e^{x-1}$
- (D) $y = -(x - 1)^2 + 2$
- (E) $y = -e^{-x+1}$
- (F) $y = -e^{x-1}$
- (G) $y = 3 - \ln x$
- (H) $y = (\ln x) - 3$
- (I) $y = -3 + \ln \frac{1}{x}$
- (L) $y = \frac{1}{x+2}$
- (M) $y = \frac{1}{x-2}$
- (N) $y = \frac{1}{2-x}$.



5. Stabilire il dominio della funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ e calcolare $f'(x)$ e $\int_0^3 f(x) dx$ (integrazione per sostituzione: $t = \sqrt{x+1}$).

6. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$,

- (a) risolvere il sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan (\mathbf{x} denota il vettore colonna delle incognite x_1, x_2, x_3);
 - (b) calcolare \mathbf{A}^{-1} ;
 - (c) calcolare (se ciò è possibile) $\mathbf{b}^T \mathbf{b}$ e $\mathbf{b} \mathbf{b}^T$, dove \mathbf{b}^T è la trasposta di \mathbf{b} .
7. Nella reazione di decomposizione



la concentrazione x di N_2O_5 dipende dal tempo t , dalla concentrazione iniziale x_0 di N_2O_5 e dalla costante cinetica k che a sua volta dipende dalla temperatura ed energia di attivazione della reazione. Più precisamente, $x = x(t)$ è soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kx \\ x(0) = x_0. \end{cases}$$

- (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy.
- (b) Si calcoli la concentrazione di N_2O_5 che rimane dopo 600 s dall'inizio della decomposizione del composto a 65° , quando la concentrazione iniziale era di $0,040 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$. La costante cinetica delle reazione risulta $k = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.
- (c) Dopo quanti secondi la concentrazione di N_2O_5 sarà dimezzata, cioè uguale a $0,020 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$?