C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Prova di Matematica del 13/02/2014

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti diversi risultati $CCCCCCC$, $CCCCCCT$, $CCCCCTC$, ... si possono avere su 7 lanci di una moneta? (C = croce, T = testa)

   Quanti di tali risultati contengono T esattamente 4 volte?

2. Un liquido viene fatto passare attraverso un filtro che consente di eliminare il 40 % delle impurità presenti nel liquido. Successivamente il liquido (già filtrato una prima volta) viene fatto passare attraverso un secondo filtro dello stesso tipo, e infine attraverso un terzo filtro, ancora del medesimo tipo. Calcolare la percentuale complessiva delle impurità eliminate con i tre filtraggi.

3. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4}x + \dfrac{4}{3x}, \quad x \neq 0,$

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $x_{\text{min}} =$, $y_{\text{min}} =$ $\qquad$ $x_{\text{max}} =$, $y_{\text{max}} =$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

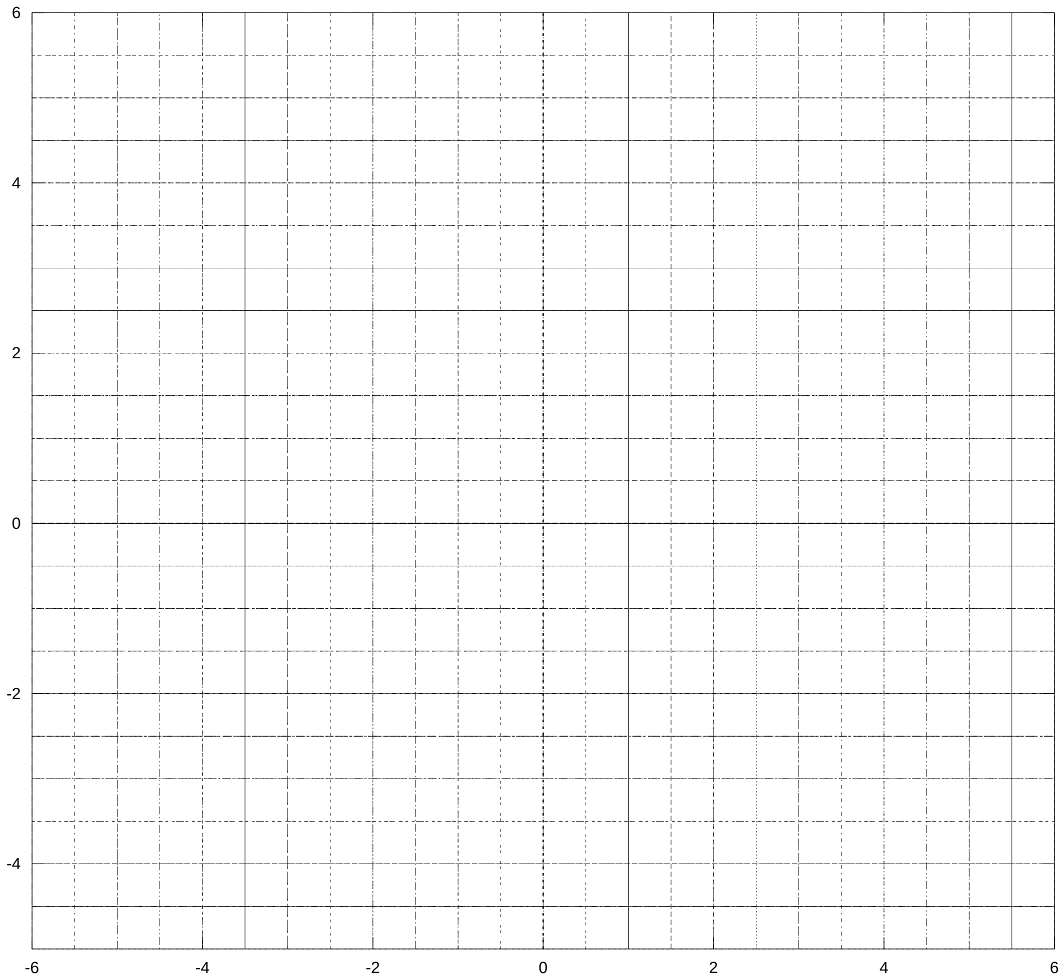
   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(2, \frac{8}{3})$:

4. Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \operatorname{sen}(2x)$, calcolare $f'(x)$ e $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$:

$f'(x) =$

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx =$



5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, calcolare

   (a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

   $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$, (b) $\mathbf{A}^{-1} =$,

   (c) (se ciò è possibile) $\mathbf{Ab} =$, $\mathbf{b}^T\mathbf{A} =$,

   dove $\mathbf{b}^T$ è il trasposto di $\mathbf{b}$.

6. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} = y(y-3)$$

con la condizione iniziale

(a) $y(0) = \frac{3}{2}$,	$y(x) =$
(b) $y(0) = 3$,	$y(x) =$
(c) $y(0) = 6$.	$y(x) =$

Suggerimento: Per l'integrazione si usi l'identità $\frac{1}{y(y-3)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{y-3} - \frac{1}{y}\right)$.

C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Prova di Matematica del 13/02/2014

Cognome: ____

Nome: ____

Matricola: ____

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti diversi risultati $CCCCCC$, $CCCCCT$, $CCCCTC$, $\ldots$ si possono avere su 6 lanci di una moneta? (C = croce, T = testa)

   Quanti di tali risultati contengono T esattamente 3 volte?

2. Un liquido viene fatto passare attraverso un filtro che consente di eliminare il 20% delle impurità presenti nel liquido. Successivamente il liquido (già filtrato una prima volta) viene fatto passare attraverso un secondo filtro dello stesso tipo, e infine attraverso un terzo filtro, ancora del medesimo tipo. Calcolare la percentuale complessiva delle impurità eliminate con i tre filtraggi.

3. Se $\log_2(4t) = 4$, allora t è (a) 1, (b) 2, (c) 4, (d) 8, (e) 16.

4. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{4}x - \dfrac{4}{3x}$, $\quad x \neq 0$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $x_{\min} =$, $y_{\min} =$ $\qquad$ $x_{\max} =$, $y_{\max} =$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

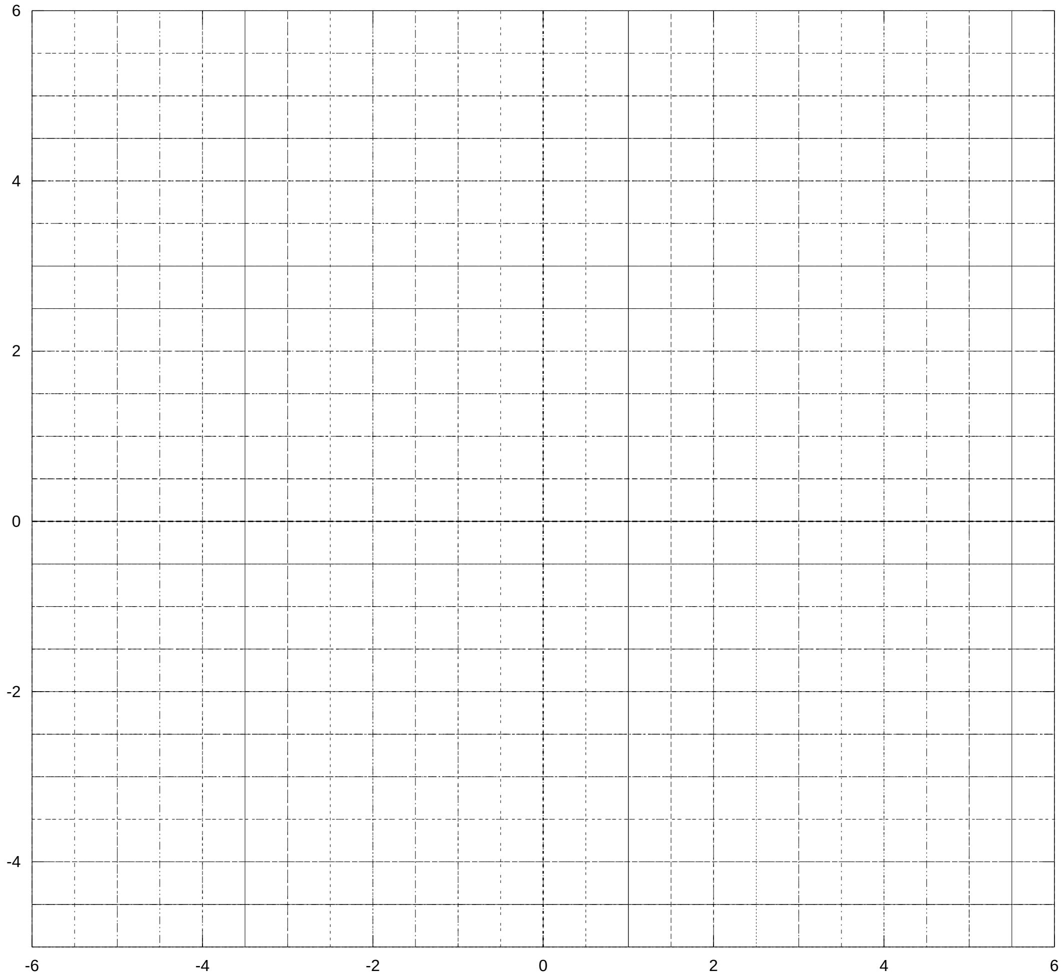
   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(2, -\frac{5}{3})$:

5. Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\cos(3x)$, calcolare $f'(x)$ e $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx$:

   $f'(x) =$

   $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx =$



6. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, calcolare

   (a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

   $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$, (b) $\mathbf{A}^{-1} =$,

   (c) (se ciò è possibile) $\mathbf{Ab} =$, $\mathbf{b}^T\mathbf{A} =$,

   dove $\mathbf{b}^T$ è il trasposto di $\mathbf{b}$.

7. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} = y(y+2)$$

con la condizione iniziale

(a) $y(0) = -2$,	$y(x) =$
(b) $y(0) = -1$,	$y(x) =$
(c) $y(0) = 2$.	$y(x) =$

Suggerimento: Per l'integrazione si usi l'identità $\dfrac{1}{y(y+2)} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{y+2}\right)$.

C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Prova di Matematica del 13/02/2014

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti diversi risultati $CCCCCCCC$, $CCCCCCCT$, $CCCCCCTC$, … si possono avere su 8 lanci di una moneta? (C = croce, T = testa)

   Quanti di tali risultati contengono T esattamente 5 volte?

2. Un liquido viene fatto passare attraverso un filtro che consente di eliminare il 30% delle impurità presenti nel liquido. Successivamente il liquido (già filtrato una prima volta) viene fatto passare attraverso un secondo filtro dello stesso tipo, e infine attraverso un terzo filtro, ancora del medesimo tipo. Calcolare la percentuale complessiva delle impurità eliminate con i tre filtraggi.

3. Se $\log_2(2t) = 2$, allora t è (a) 0, (b) 0,25, (c) 0,5, (d) 1, (e) 2.

4. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3}x + \dfrac{3}{2x}$, $\quad x \neq 0$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $x_{\text{min}} =$, $y_{\text{min}} =$ $\qquad$ $x_{\text{max}} =$, $y_{\text{max}} =$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

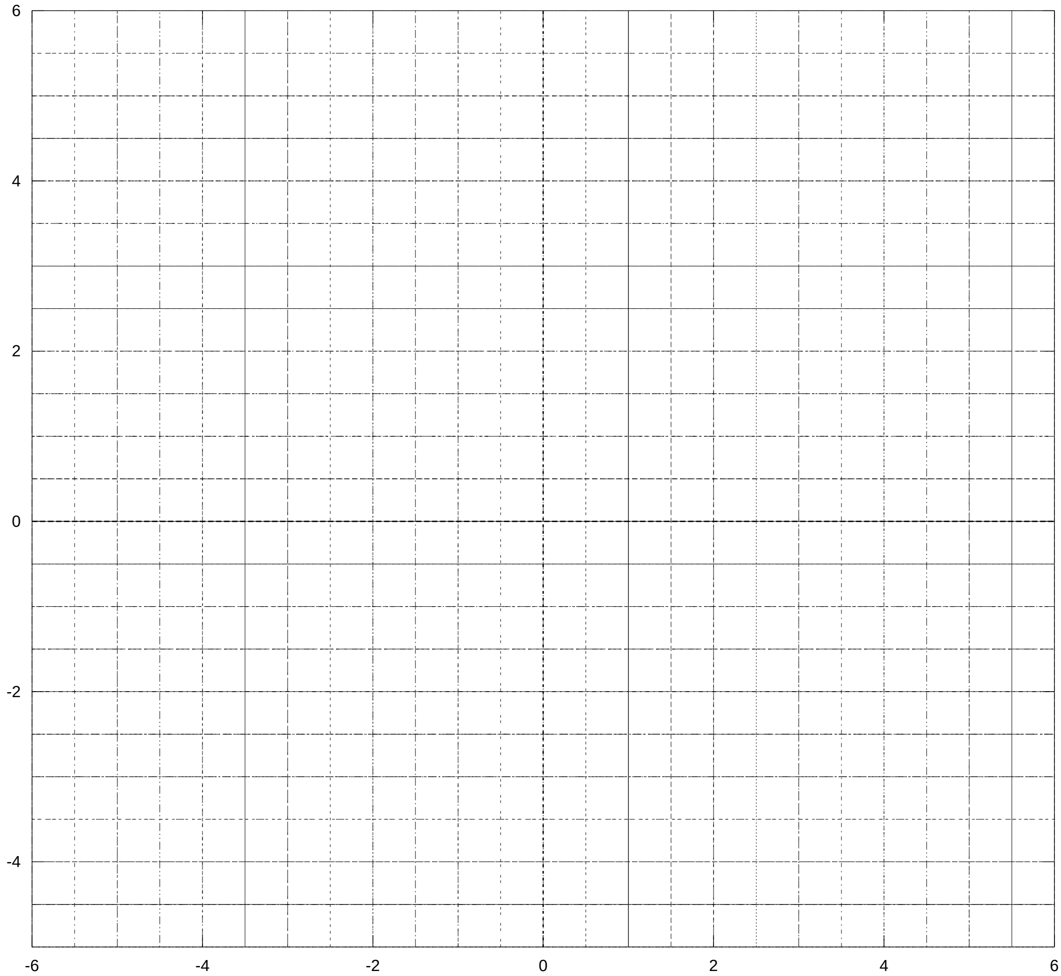
   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, \frac{8}{3})$:

5. Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \,\text{sen}(3x)$, calcolare $f'(x)$ e $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx$:

   $f'(x) =$

   $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx =$



6. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \boxed{}$, (b) $\mathbf{A}^{-1} = \boxed{}$,

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{Ab} = \boxed{}$, $\mathbf{b}^T\mathbf{A} = \boxed{}$,

dove $\mathbf{b}^T$ è il trasposto di $\mathbf{b}$.

7. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} = y(y+3)$$

con la condizione iniziale

(a) $y(0) = -3$,	$y(x) =$
(b) $y(0) = -\frac{3}{2}$,	$y(x) =$
(c) $y(0) = 3$.	$y(x) =$

Suggerimento: Per l'integrazione si usi l'identità $\dfrac{1}{y(y+3)} = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{y+3}\right)$.

C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Prova di Matematica del 13/02/2014

Cognome: ____________________

Nome: ____________________

Matricola: ____________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti diversi risultati $CCCCCCCCC$, $CCCCCCCCT$, $CCCCCCCTC, \dots$ si possono avere su 9 lanci di una moneta? (C = croce, T = testa)

   Quanti di tali risultati contengono T esattamente 7 volte?

2. Un liquido viene fatto passare attraverso un filtro che consente di eliminare il 10% delle impurità presenti nel liquido. Successivamente il liquido (già filtrato una prima volta) viene fatto passare attraverso un secondo filtro dello stesso tipo, e infine attraverso un terzo filtro, ancora del medesimo tipo. Calcolare la percentuale complessiva delle impurità eliminate con i tre filtraggi.

3. Se $\log_2(10t) = 10$, allora t è (a) 1, (b) 2, (c) 10, (d) $102,4$, (e) 1024.

4. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{3}x - \dfrac{3}{2x}$, $\quad x \neq 0$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi:

   $x_{\min} =$, $y_{\min} =$ | $x_{\max} =$, $y_{\max} =$

   (b) scrivere le equazioni degli asintoti:

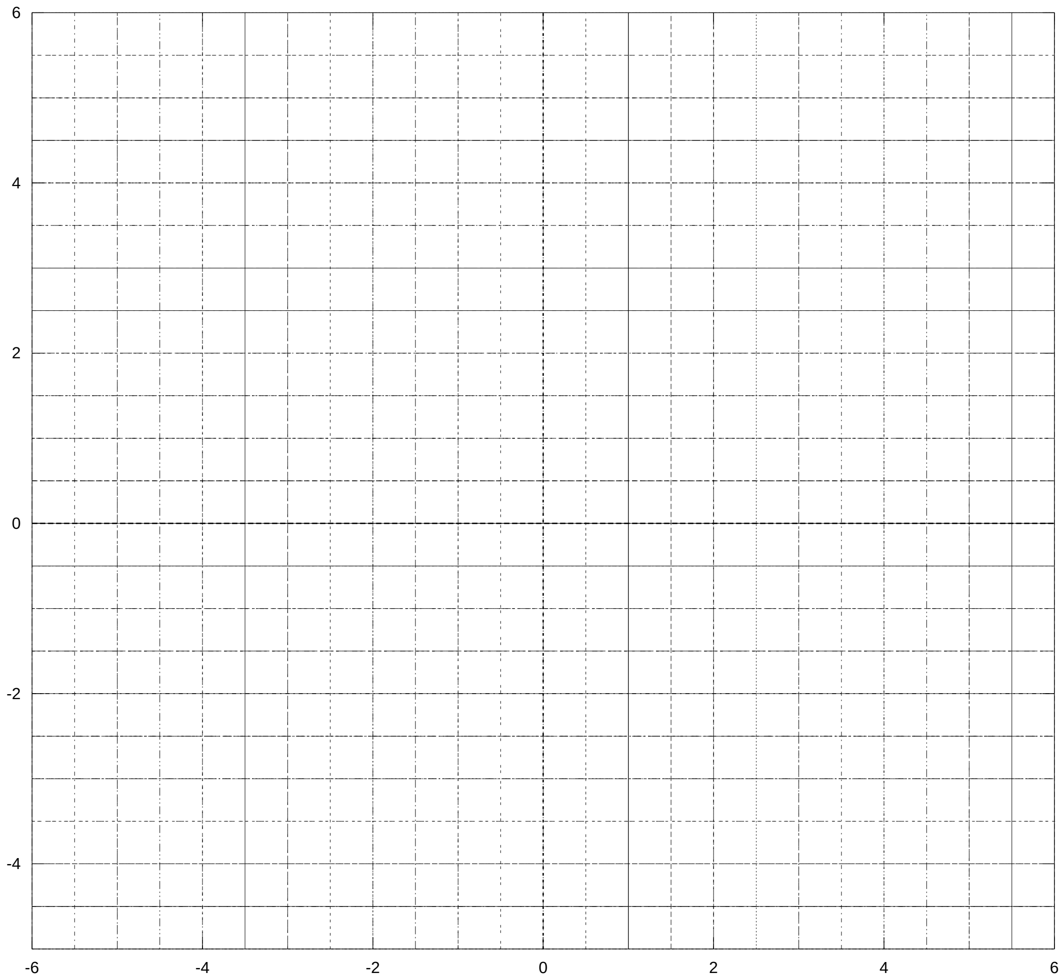
   (c) disegnare il grafico di f e gli asintoti (nel sistema di riferimento sulla pagina successiva);

   (d) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, -\frac{5}{3})$:

5. Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\cos(2x)$, calcolare $f'(x)$ e $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$:

   $f'(x) =$

   $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx =$



6. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \boxed{}$, (b) $\mathbf{A}^{-1} = \boxed{}$,

(c) (se ciò è possibile) $\mathbf{A}\mathbf{b} = \boxed{}$, $\mathbf{b}^T\mathbf{A} = \boxed{}$,

dove $\mathbf{b}^T$ è il trasposto di $\mathbf{b}$.

7. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} = y(y-2)$$

con la condizione iniziale

(a) $y(0) = 1$,	$y(x) =$
(b) $y(0) = 2$,	$y(x) =$
(c) $y(0) = 4$.	$y(x) =$

Suggerimento: Per l'integrazione si usi l'identità $\dfrac{1}{y(y-2)} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{y-2} - \dfrac{1}{y}\right).$