C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Prova di Matematica del 17/09/2014

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Quanti numeri di esattamente 3 cifre si possono formare con le cifre del numero 2345678? (a) senza ripetere la stessa cifra: [ ]

   (b) anche ripetendo la stessa cifra: [ ]

2. Qual è l'insieme di tutte le soluzioni della disequazione $\dfrac{x^3 - x^2}{x^2 - 1} \leq 0$?

   (a) $]-\infty, 0]$, (b) $]-\infty, -1[$, (c) $]-\infty, -1[\cup]-1, 0]$, (d) $\{0\}\cup]-\infty, -1[$.

3. Trovare la soluzione dell'equazione $10^x + 10^{x+1} = 0,00011$.

   $x =$

4. Data la funzione $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$,

   (a) determinare $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$

   (b) calcolare $f'(x) =$

   (c) calcolare $f''(x) =$

   (d) trovare e classificare il punto stazionario x_0 di f:

   $x_0 =$, si tratta di un punto di

   (e) calcolare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, 0)$:

   (f) trovare gli intervalli di convessità/concavità e il punto di flesso di f:

(g) calcolare $\int_1^e f(x)\,dx$ (integrazione per parti):

$\int_1^e f(x)\,dx = \boxed{}$

5. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}$, calcolare

   (a) la soluzione del sistema lineare $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

   $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \boxed{}$, (b) $\mathbf{A}^{-1} = \boxed{}$,

   (c) (se ciò è possibile) $\mathbf{A}\mathbf{B} = \boxed{}$, $\mathbf{B}^T\mathbf{A} = \boxed{}$,

   dove $\mathbf{B}^T$ è la trasposta di $\mathbf{B}$.

6. La scarica di un condensatore può essere modellato attraverso il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dfrac{Q(t)}{C} + R \cdot \dfrac{dQ(t)}{dt} = 0 \\ Q(0) = Q_0\,, \end{cases}$$

   dove $Q(t)$ è la carica accumulata nel condensatore al tempo t, Q_0 la carica iniziale, C la capacità del condensatore ed R la resistenza del circuito.

   (a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy:

   $Q(t) =$

   (b) Si calcoli il tempo di scarica, cioè il tempo $t_{10\%}$ in cui la carica raggiunge il 10 % del valore iniziale Q_0:

   $t_{10\%} =$

   (c) Si ricavi l'equazione della corrente in funzione del tempo (ed usando le costanti Q_0, C, R):

   $I(t) = -\dfrac{dQ(t)}{dt} =$