

1. Determina i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che:

(a) $\cos \alpha = -1/2$; (b) $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$; (c) $\sin(2\alpha) = 1/\sqrt{2}$.

(a) $\pm \frac{2}{3}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$; (b) $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$ e $\frac{4}{3}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$;

(c) $\frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$ e $\frac{3}{8}\pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$.

2. In figura sono tracciati 4 grafici (a), (b), (c) e (d). Individuate le funzioni corrispondenti ai 4 grafici tra le seguenti:

(A) $y = -(x - 1)^2$

(B) $y = (x - 1)^2$

(C) (d) $y = -2(1 + \frac{x}{3})$

(D) (a) $y = -(x - 1)^2$

(E) $y = 3(1 - \frac{x}{2})$

(F) $y = 3(\frac{1}{2} - x)$

(G) $y = 2 + 2^{-x}$

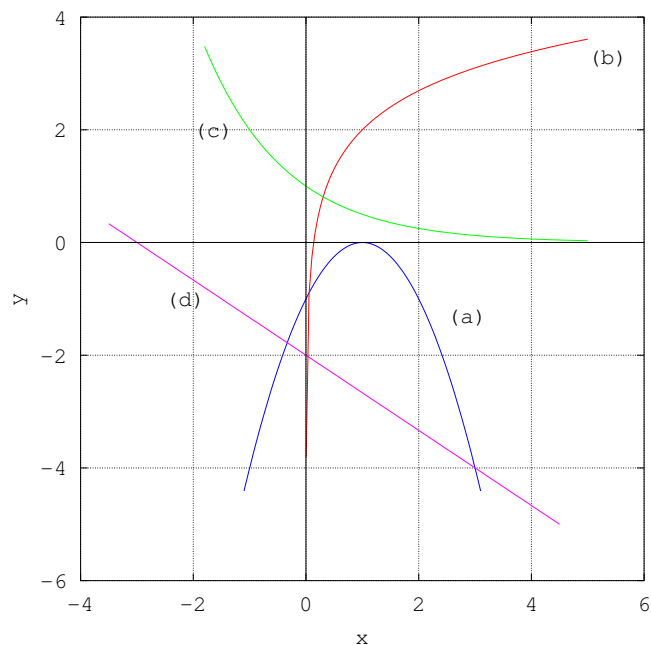
(H) $y = -2^x$

(I) (c) $y = 2^{-x}$

(L) $y = -\ln x$

(M) $y = \ln(-x)$

(N) (b) $y = 2 + \ln x$.



3. Scrivere le equazioni delle rette tangenti al grafico della funzione $f(x) = \log_{10} x$ nei punti $P = (1, f(1))$ e $Q = (10, f(10))$. Calcolare il punto di intersezione della retta tangente passante per Q con l'asse delle x . $f'(x) = \frac{1}{x} \log_{10} e = \frac{1}{x \ln(10)}$, $f'(1) = \frac{1}{\ln(10)}$, $f'(10) = \frac{1}{10 \ln(10)}$, retta tangente passante per P : $y = \frac{1}{\ln(10)}(x - 1)$, per Q : $y - 1 = \frac{1}{10 \ln(10)}(x - 10) \approx 0.04343(x - 10)$; punto di intersezione con l'asse x : $(10 - 10 \ln(10), 0) \approx (-13.03, 0)$

4. È noto che la distanza s percorsa da un corpo in caduta libera (senza attrito d'aria e con velocità iniziale 0) è $s(t) = \frac{g}{2}t^2$, dove t è il tempo e $g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$ è l'accelerazione di gravità. Supponiamo che un corpo venga lasciato cadere da una quota di 30 m. Calcolate:

(a) il tempo di caduta, (b) la velocità finale, (c) la velocità media.

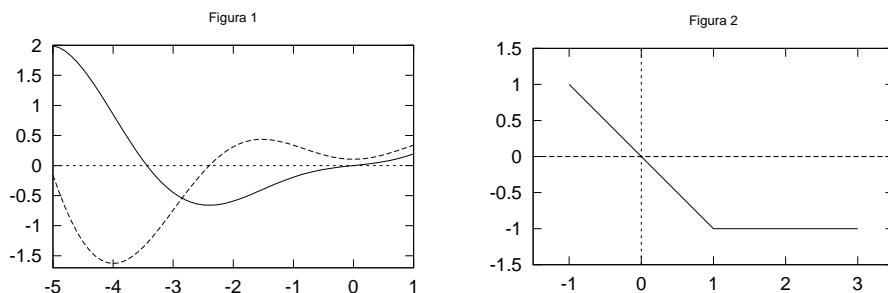
(d) In quale istante la velocità del corpo è uguale alla velocità media?

(a) $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = 2.47 \text{ s}$, (b) $v = s'(t) = gt = 24.3 \text{ m/s}$,

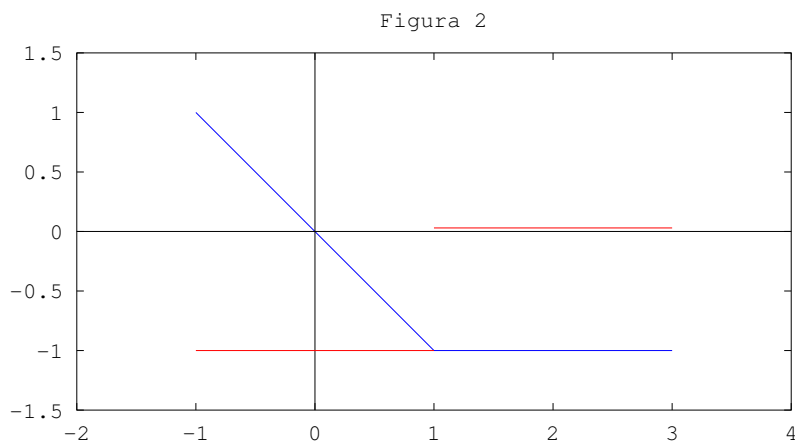
(c) $v_m = 30 \text{ m}/2.47 \text{ s} = 12.1 \text{ m/s} (= \frac{1}{2}v)$, (d) $\frac{v_m}{g} = 1.24 \text{ s} (= \frac{1}{2}t)$

5. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni reali di cui una è la derivata dell'altra. È f (curva tratteggiata) la derivata di g (curva continua) o è g la derivata di f ?

Disegnate il grafico della derivata della funzione il cui grafico è riportato in fig. 2. In quale punto la funzione non è derivabile? [in \$x = 1\$](#)



$f = g'$, cioè la curva tratteggiata è la derivata (in $[-5, -4]$ entrambe le funzioni sono monotone decrescenti e quindi lì la loro derivata deve essere negativa, ma solo la f è negativa; oppure: nei punti di minimi o massimi relativi la derivata deve annullarsi, ciò capita per la f tra -3 e -2 dove g assume un minimo).



Il grafico rosso è la derivata.