15. 11. 2003

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:

   a) $\lim_{t\to+\infty} \dfrac{3}{1+e^{-t}}$, b) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x}$.

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

   a) $v(t) = t^2 + 3\cos t$, b) $y = e^{5x-1}$, c) $y = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$, d) $y = x \ln x$.

3. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-1}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{0, 1\}$,

   (a) determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) localizzare i punti di flesso con l'aiuto del grafico e successivamente trovare conferma attraverso un calcolo con le derivate.

4. In una coltura batterica sono presenti inizialmente N_0 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 2 ore e 50 minuti.

   (a) Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

   (b) Determinare il parametro λ in modo tale che il numero N dei batteri al tempo t (in minuti) sia approssitivamente $N = N(t) = N_0 e^{\lambda t}$.

   (c) Di quale percentuale cresce la coltura in un minuto?

   (d) Il parametro λ è molto vicino a zero. Dimostrare che allora $N(t) \approx N_0(1+\lambda)^t$. Nota: Si usi il differenziale o il polinomio di Taylor di grado uno della funzione $\ln(1+\lambda)$.

5. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{\pi i/3}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

6. Tutte le proteine sono polimeri di 20 tipi diversi di alfa-amminioacidi e differiscono tra loro per il numero, la composizione e la sequenza degli amminoacidi.

   (a) Quante sequenze amminoacidiche di lunghezza 300 si possono formare?

   (b) Si considerino sequenze di due soli amminoacidi e di una lunghezza ≤ 10. Quante sono?

15. 11. 2003

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:
   a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x}$, b) $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x}$.
2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
   a) $v(t) = t^3 + 3e^t$, b) $y = \ln(5x - 1)$, c) $y = \frac{x}{x-1}$, d) $y = x \cos x$.
3. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{2-x} - \frac{1}{x}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{0, 2\}$,
   (a) determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;
   (b) determinare gli asintoti;
   (c) disegnare il grafico;
   (d) localizzare i punti di flesso con l'aiuto del grafico e successivamente trovare conferma attraverso un calcolo con le derivate.
4. È noto che una certa molecula RNA si riproduce in una provetta (riproduzione extracellulare). In condizioni favorevoli una sola molecola genera 10^{12} copie in 20 minuti.
   (a) Trovare una funzione esponenziale che descriva questo processo (N = numero delle molecole, t = tempo in secondi, $N = N(t) = e^{\lambda t}$, si determini il parametro λ).
   (b) Quanto tempo occorre per generare una seconda molecola?
   (c) Quanto tempo occorre per generare le prime 1000 molecole?
   (d) Il parametro λ è molto vicino a zero. Dimostrare che allora $N(t) \approx (1 + \lambda)^t$. Nota: Si usi il differenziale o il polinomio di Taylor di grado uno della funzione $\ln(1 + \lambda)$.
5. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{-\pi i/4}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.
6. Tutte le proteine sono polimeri di 20 tipi diversi di alfa-amminioacidi e differiscono tra loro per il numero, la composizione e la sequenza degli amminoacidi.
   (a) Quante sequenze amminoacidiche di lunghezza 100 si possono formare?
   (b) Si considerino sequenze di due soli amminoacidi e di una lunghezza ≤ 7. Quante sono?

15. 11. 2003

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:
   a) $\lim_{x\to 0^+} \ln x$, b) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x}{e^x}$.

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

   a) $v(t) = t^3 - 7 \operatorname{sen} t$, b) $y = \cos(5x-1)$, c) $y = \frac{e^x}{x}$, d) $y = \operatorname{sen} x \cos x$.

3. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}\,, \quad x \in \mathbf{R} \setminus \{0, 4\}$,

   (a) determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) localizzare i punti di flesso con l'aiuto del grafico e successivamente trovare conferma attraverso un calcolo con le derivate.

4. In una coltura batterica sono presenti inizialmente N_0 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 2 ore e 10 minuti.

   (a) Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 15 ore?

   (b) Determinare il parametro λ in modo tale che il numero N dei batteri al tempo t (in minuti) sia approssitivamente $N = N(t) = N_0 e^{\lambda t}$.

   (c) Di quale percentuale cresce la coltura in un quarto d'ora?

   (d) Il parametro λ è molto vicino a zero. Dimostrare che allora $N(t) \approx N_0(1+\lambda)^t$. Nota: Si usi il differenziale o il polinomio di Taylor di grado uno della funzione $\ln(1+\lambda)$.

5. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{-\pi i/3}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

6. Tutte le proteine sono polimeri di 20 tipi diversi di alfa-amminioacidi e differiscono tra loro per il numero, la composizione e la sequenza degli amminoacidi.

   (a) Quante sequenze amminoacidiche di lunghezza 200 si possono formare?

   (b) Si considerino sequenze di due soli amminoacidi e di una lunghezza ≤ 9. Quante sono?

15. 11. 2003

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:

   a) $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} \frac{5}{1+e^t}$, b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x}$.

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

   a) $v(t) = t + \ln t$, b) $y = (2x-1)^{10}$, c) $y = \dfrac{x}{x+2}$, d) $y = x \operatorname{sen} x$.

3. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{4-x} - \dfrac{1}{x}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{0, 4\}$,

   (a) determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) localizzare i punti di flesso con l'aiuto del grafico e successivamente trovare conferma attraverso un calcolo con le derivate.

4. È noto che una certa molecula RNA si riproduce in una provetta (riproduzione extracellulare). In condizioni favorevoli una sola molecola genera 10^{18} copie in 15 minuti.

   (a) Trovare una funzione esponenziale che descriva questo processo (N = numero delle molecole, t = tempo in secondi, $N = N(t) = e^{\lambda t}$, si determini il parametro λ).

   (b) Quanto tempo occorre per generare una seconda molecola?

   (c) Quanto tempo occorre per generare le prime 1000 molecole?

   (d) Il parametro λ è molto vicino a zero. Dimostrare che allora $N(t) \approx (1+\lambda)^t$. Nota: Si usi il differenziale o il polinomio di Taylor di grado uno della funzione $\ln(1+\lambda)$.

5. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{\pi i/4}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

6. Tutte le proteine sono polimeri di 20 tipi diversi di alfa-amminioacidi e differiscono tra loro per il numero, la composizione e la sequenza degli amminoacidi.

   (a) Quante sequenze amminoacidiche di lunghezza 150 si possono formare?

   (b) Si considerino sequenze di due soli amminoacidi e di una lunghezza ≤ 8. Quante sono?