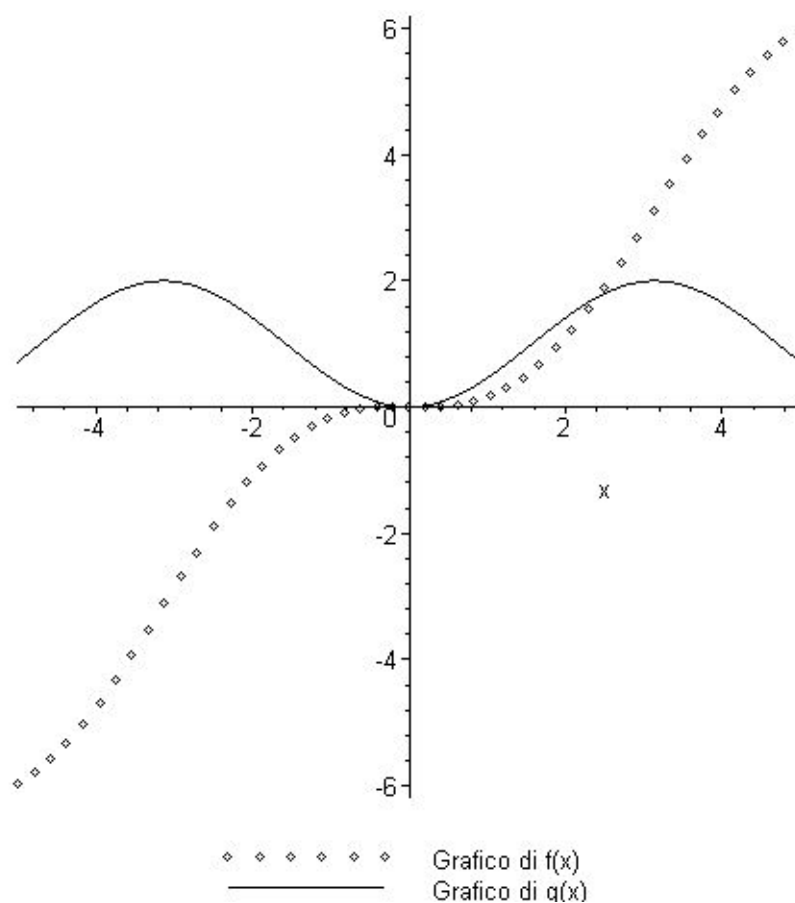


Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Una delle due funzione $f(x)$ e $g(x)$ è la derivata dell'altra. Dire se $f(x)$ è la derivata di $g(x)$ o $g(x)$ è la derivata di $f(x)$.



2. Si calcolino:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\text{sen } x}{x}.$$

3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } v(t) = t^{-1} + 3^t, \quad \text{b) } y = e^{7x-2}, \quad \text{c) } y = \frac{\text{sen } x}{x}, \quad \text{d) } y = x \ln x.$$

4. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[\text{H}^+]$, dove $[\text{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+ .

A quante unità di pH corrisponde un errore di misura della concentrazione di H^+ del 10%? (Si usi il differenziale della funzione logaritmica e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

5. È noto che in natura esistono tre isotopi (chimicamente indistinguibili) dell'idrogeno ^1H , ^2H (deuterio), ^3H (tritio), tre isotopi dell'ossigeno ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O e tre isotopi del carbonio ^{12}C , ^{13}C , ^{14}C .

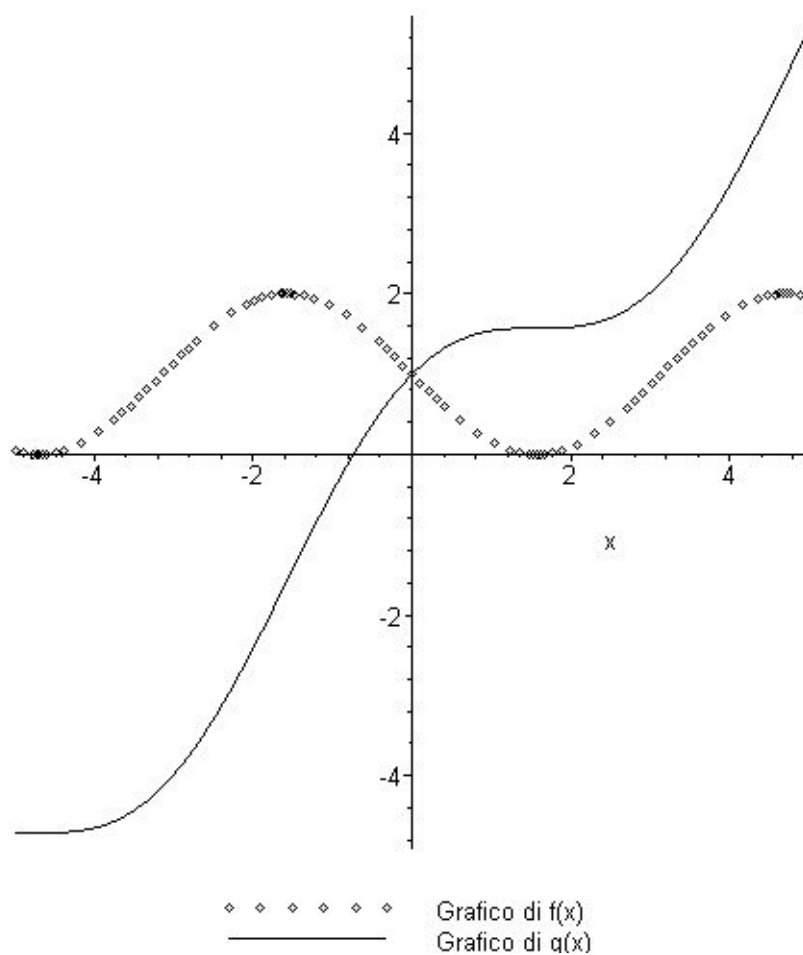
Quante sono le possibili molecole di saccarosio $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ isotopicamente differenti che si possono formare con tali isotopi?

6. Il tritio ^3H è un isotopo radioattivo dell'idrogeno. Il tritio naturale si forma nell'alta atmosfera per azione della radiazione cosmica sull'azoto ma, per il decadimento radioattivo, con tempo di dimezzamento di 12,26 anni, altrettanto ne scompare.

- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio annualmente?
- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in 100 anni?
- Per azione della radiazione cosmica sull'azoto si formano 100 g di tritio ogni anno, mentre se ne scompare la percentuale calcolata in (a). Calcolare la quantità (in g) di equilibrio di tritio naturale contenuta nel pianeta.
- Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di tritio si riduca a meno del 1 % della quantità iniziale.
- Siano presenti inizialmente N_0 atomi di tritio. Determinare il parametro λ (in anno^{-1}) in modo tale che il numero N degli atomi presenti dopo t anni sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.
- È noto che il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ non dipende né dalla quantità iniziale della sostanza radioattiva né dall'istante iniziale. È vero questo anche per $T_{1/3}$, il "tempo necessario per ridursi a un terzo"? Motivare la risposta!
- Trovare il legame tra $T_{1/2}$ e $T_{1/3}$, cioè una formula per convertire $T_{1/2}$ in $T_{1/3}$.

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Una delle due funzione $f(x)$ e $g(x)$ è la derivata dell'altra. Dire se $f(x)$ è la derivata di $g(x)$ o $g(x)$ è la derivata di $f(x)$.



2. Si calcolino:

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}.$$

3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } v(t) = \frac{1}{t^2} + 2^t, \quad \text{b) } y = e^{2x-7}, \quad \text{c) } y = \frac{x}{x+1}, \quad \text{d) } y = \sin x \cos x.$$

4. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[H^+]$, dove $[H^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+ .

A quante unità di pH corrisponde un errore di misura della concentrazione di H^+ del 20%? (Si usi il differenziale della funzione logaritmica e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

5. È noto che in natura esistono tre isotopi (chimicamente indistinguibili) dell'idrogeno 1H , 2H (deuterio), 3H (tritio), tre isotopi dell'ossigeno ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O e tre isotopi del carbonio ^{12}C , ^{13}C , ^{14}C .

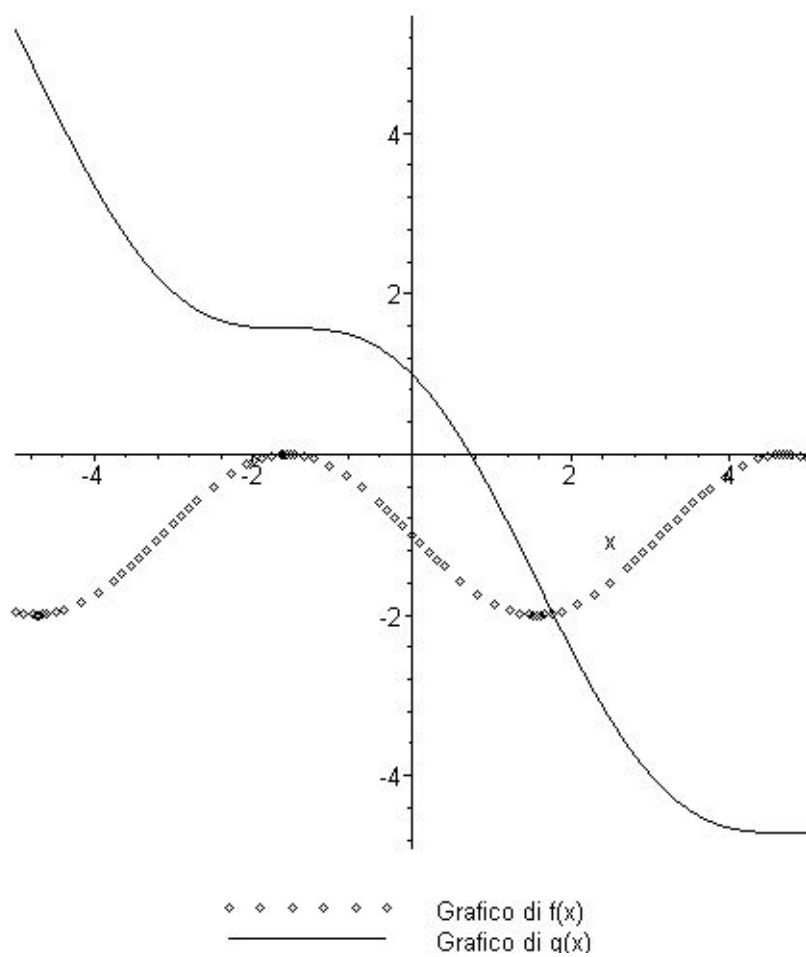
Quante sono le possibili molecole di glucosio $C_6H_{12}O_6$ isotopicamente differenti che si possono formare con tali isotopi?

6. Il tritio 3H è un isotopo radioattivo dell'idrogeno. Il tritio naturale si forma nell'alta atmosfera per azione della radiazione cosmica sull'azoto ma, per il decadimento radioattivo, con tempo di dimezzamento di 12,26 anni, altrettanto ne scompare.

- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in un mese?
- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in 100 mesi?
- Per azione della radiazione cosmica sull'azoto si formano 8,25 g di tritio ogni mese, mentre se ne scompare la percentuale calcolata in (a). Calcolare la quantità (in kg) di equilibrio di tritio naturale contenuta nel pianeta.
- Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di tritio si riduca a meno del 0,1 % della quantità iniziale.
- Siano presenti inizialmente N_0 atomi di tritio. Determinare il parametro λ (in mese^{-1}) in modo tale che il numero N degli atomi presenti dopo t mesi sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.
- È noto che il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ non dipende né dalla quantità iniziale della sostanza radioattiva né dall'istante iniziale. È vero questo anche per $T_{1/5}$, il "tempo necessario per ridursi a un quinto"? Motivare la risposta!
- Trovare il legame tra $T_{1/2}$ e $T_{1/5}$, cioè una formula per convertire $T_{1/2}$ in $T_{1/5}$.

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Una delle due funzione $f(x)$ e $g(x)$ è la derivata dell'altra. Dire se $f(x)$ è la derivata di $g(x)$ o $g(x)$ è la derivata di $f(x)$.



2. Si calcolino:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{x}.$$

3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } v(t) = t^{-3} + 10^t, \quad \text{b) } y = e^{3x+1}, \quad \text{c) } y = \frac{x+1}{x-1}, \quad \text{d) } y = x^2 \cos x.$$

4. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[H^+]$, dove $[H^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+ .

A quante unità di pH corrisponde un errore di misura della concentrazione di H^+ del 5%? (Si usi il differenziale della funzione logaritmica e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

5. È noto che in natura esistono tre isotopi (chimicamente indistinguibili) dell'idrogeno 1H , 2H (deuterio), 3H (tritio), tre isotopi dell'ossigeno ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O e tre isotopi del carbonio ^{12}C , ^{13}C , ^{14}C .

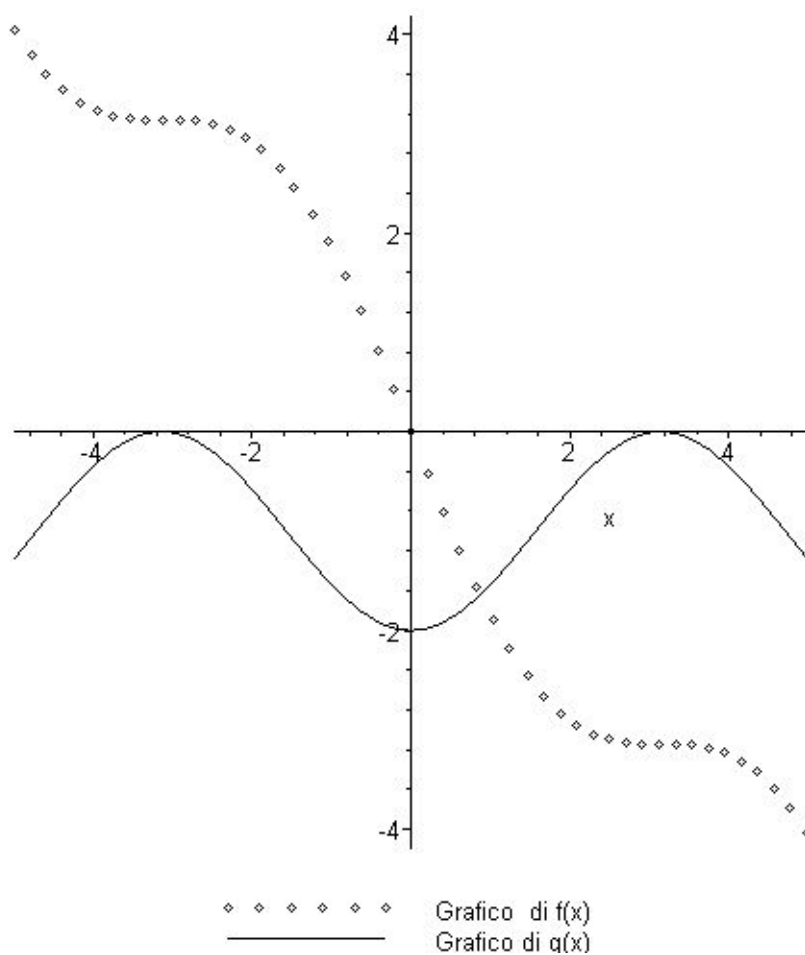
Quante sono le possibili molecole di acido gluconico $C_6H_{12}O_7$ isotopicamente differenti che si possono formare con tali isotopi?

6. Il tritio 3H è un isotopo radioattivo dell'idrogeno. Il tritio naturale si forma nell'alta atmosfera per azione della radiazione cosmica sull'azoto ma, per il decadimento radioattivo, con tempo di dimezzamento di 12,26 anni, altrettanto ne scompare.

- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in un trimestre?
- Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in 100 trimestri?
- Per azione della radiazione cosmica sull'azoto si formano 24,75 g di tritio ogni trimestre, mentre se ne scompare la percentuale calcolata in (a). Calcolare la quantità (in g) di equilibrio di tritio naturale contenuta nel pianeta.
- Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di tritio si riduca a meno del 0,5 % della quantità iniziale.
- Siano presenti inizialmente N_0 atomi di tritio. Determinare il parametro λ (in trimestre $^{-1}$) in modo tale che il numero N degli atomi presenti dopo t trimestri sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.
- È noto che il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ non dipende né dalla quantità iniziale della sostanza radioattiva né dall'istante iniziale. È vero questo anche per $T_{1/7}$, il "tempo necessario per ridursi a un settimo"? Motivare la risposta!
- Trovare il legame tra $T_{1/2}$ e $T_{1/7}$, cioè una formula per convertire $T_{1/2}$ in $T_{1/7}$.

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Una delle due funzione $f(x)$ e $g(x)$ è la derivata dell'altra. Dire se $f(x)$ è la derivata di $g(x)$ o $g(x)$ è la derivata di $f(x)$.



2. Si calcolino:

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos x}{x^2}.$$

3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } v(t) = \frac{1}{t^4} + 100^t, \quad \text{b) } y = e^{4x+16}, \quad \text{c) } y = \frac{\cos x}{x}, \quad \text{d) } y = x \log_{10} x.$$

4. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[H^+]$, dove $[H^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+ .

A quante unità di pH corrisponde un errore di misura della concentrazione di H^+ del 15%? (Si usi il differenziale della funzione logaritmica e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

5. È noto che in natura esistono tre isotopi (chimicamente indistinguibili) dell'idrogeno 1H , 2H (deuterio), 3H (tritio), tre isotopi dell'ossigeno ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O e tre isotopi del carbonio ^{12}C , ^{13}C , ^{14}C .

Quante sono le possibili molecole di acido urico $C_5H_4O_3$ isotopicamente differenti che si possono formare con tali isotopi?

6. Il tritio 3H è un isotopo radioattivo dell'idrogeno. Il tritio naturale si forma nell'alta atmosfera per azione della radiazione cosmica sull'azoto ma, per il decadimento radioattivo, con tempo di dimezzamento di 12,26 anni, altrettanto ne scompare.

(a) Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in un bimestre?

(b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di tritio in 100 bimestri?

(c) Per azione della radiazione cosmica sull'azoto si formano 16,5 g di tritio ogni bimestre, mentre se ne scompare la percentuale calcolata in (a). Calcolare la quantità (in kg) di equilibrio di tritio naturale contenuta nel pianeta.

(d) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di tritio si riduca a meno del 0,4 % della quantità iniziale.

(e) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di tritio. Determinare il parametro λ (in bimestre $^{-1}$) in modo tale che il numero N degli atomi presenti dopo t bimestri sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

(f) È noto che il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ non dipende né dalla quantità iniziale della sostanza radioattiva né dall'istante iniziale. È vero questo anche per $T_{1/10}$, il "tempo necessario per ridursi a un decimo"? Motivare la risposta!

(g) Trovare il legame tra $T_{1/2}$ e $T_{1/10}$, cioè una formula per convertire $T_{1/2}$ in $T_{1/10}$.