

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Supponiamo che una coltura batterica di *Escherichia coli* si trovi nella fase esponenziale della sua crescita. Si è osservato che la coltura si è quintuplicata in 46 minuti.
  - (a) Se inizialmente erano presenti  $N_0$  batteri, quanti batteri saranno presenti dopo 92 minuti?
  - (b) Sia  $N(t)$  il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo  $t$  (in minuti), e sia  $N_0 = N(0)$ . Determinare la costante  $\mu$  in modo tale che la crescita della coltura sia descritta mediante la funzione  $N(t) = N_0 5^{\mu t}$ .
  - (c) Determinare la costante  $\lambda$  in modo tale che  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$ .
  - (d) Si ricordi che il processo durante il quale si formano due cellule a partire da un singolo individuo è chiamato generazione, e il tempo richiesto per tutto il processo è detto *tempo di generazione*. Calcolare il tempo di generazione del batterio *Escherichia coli*.
  - (e) Qual è la percentuale dei batteri che in media si dividono in ogni minuto?
2. Nel piano sia fissato un sistema di riferimento cartesiano. Sia  $P$  il punto  $P(3, 4)$ , che può essere identificato con il numero complesso  $z = 3 + 4i$ , e sia  $Q$  il punto ottenuto da  $P$  attraverso una rotazione di  $30^\circ$  in senso antiorario attorno l'origine.
  - (a) Per quale numero complesso  $w$  bisogna moltiplicare  $z$  affinché  $zw$  rappresenti il punto  $Q$ ?
  - (b) Calcolare  $zw$  e dire quali sono le coordinate del punto  $Q$ .
  - (c) Calcolare la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ .
3.
  - (a) Usando solo le 4 “lettere” A (adenina), C (citosina), G (guanina), T (timina), quante “parole” composte da esattamente 5 lettere si possono formare?
  - (b) Quante parole ottenute in (a) contengono esattamente 2 volte la lettera A?
4. Calcolare i seguenti limiti: (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{3}\right)^k$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + e^{-5x}}{1 - e^{-5x}}$ .
5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
  - (a)  $v(t) = t^{-1} + \sqrt{3t}$ ,
  - (b)  $f(x) = \log_{10} \frac{1}{x}$ ,
  - (c)  $f(x) = \frac{\text{sen } x}{x^2}$ ,
  - (d)  $f(x) = e^x \cdot \ln(x)$ .

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Supponiamo che una coltura batterica di *Mycobacterium tuberculosis* si trovi nella fase esponenziale della sua crescita. Si è osservato che la coltura si è quintuplicata in 2 giorni.
  - (a) Se inizialmente erano presenti  $N_0$  batteri, quanti batteri saranno presenti dopo 6 giorni?
  - (b) Sia  $N(t)$  il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo  $t$  (in giorni), e sia  $N_0 = N(0)$ . Determinare la costante  $\mu$  in modo tale che la crescita della coltura sia descritta mediante la funzione  $N(t) = N_0 5^{\mu t}$ .
  - (c) Determinare la costante  $\lambda$  in modo tale che  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$ .
  - (d) Si ricordi che il processo durante il quale si formano due cellule a partire da un singolo individuo è chiamato generazione, e il tempo richiesto per tutto il processo è detto *tempo di generazione*. Calcolare il tempo di generazione del batterio *Mycobacterium tuberculosis*.
  - (e) Qual è la percentuale dei batteri che in media si dividono in ogni giorno?
2. Nel piano sia fissato un sistema di riferimento cartesiano. Sia  $P$  il punto  $P(3, 4)$ , che può essere identificato con il numero complesso  $z = 3 + 4i$ , e sia  $Q$  il punto ottenuto da  $P$  attraverso una rotazione di  $60^\circ$  in senso orario attorno l'origine.
  - (a) Per quale numero complesso  $w$  bisogna moltiplicare  $z$  affinché  $zw$  rappresenti il punto  $Q$ ?
  - (b) Calcolare  $zw$  e dire quali sono le coordinate del punto  $Q$ .
  - (c) Calcolare la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ .
3.
  - (a) Usando solo le 4 “lettere” A (adenina), C (citosina), G (guanina), T (timina), quante “parole” composte da esattamente 6 lettere si possono formare?
  - (b) Quante parole ottenute in (a) contengono esattamente 3 volte la lettera A?
4. Calcolare i seguenti limiti: (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^n \left(-\frac{1}{2}\right)^k$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 3e^{-4x}}{1 - e^{-4x}}$ .
5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
  - (a)  $v(t) = \log_{10} t^2$ , (b)  $f(x) = x^{-2} + 2^{-x}$ ,
  - (c)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$ , (d)  $f(x) = e^x \sin x$ .

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Supponiamo che una coltura batterica di *Salmonella typhi* si trovi nella fase esponenziale della sua crescita. Si è osservato che la coltura si è quintuplicata in 45 minuti.
  - (a) Se inizialmente erano presenti  $N_0$  batteri, quanti batteri saranno presenti dopo 90 minuti?
  - (b) Sia  $N(t)$  il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo  $t$  (in minuti), e sia  $N_0 = N(0)$ . Determinare la costante  $\mu$  in modo tale che la crescita della coltura sia descritta mediante la funzione  $N(t) = N_0 5^{\mu t}$ .
  - (c) Determinare la costante  $\lambda$  in modo tale che  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$ .
  - (d) Si ricordi che il processo durante il quale si formano due cellule a partire da un singolo individuo è chiamato generazione, e il tempo richiesto per tutto il processo è detto *tempo di generazione*. Calcolare il tempo di generazione del batterio *Salmonella typhi*.
  - (e) Qual è la percentuale dei batteri che in media si dividono in ogni minuto?
2. Nel piano sia fissato un sistema di riferimento cartesiano. Sia  $P$  il punto  $P(4, -3)$ , che può essere identificato con il numero complesso  $z = 4 - 3i$ , e sia  $Q$  il punto ottenuto da  $P$  attraverso una rotazione di  $30^\circ$  in senso orario attorno l'origine.
  - (a) Per quale numero complesso  $w$  bisogna moltiplicare  $z$  affinché  $zw$  rappresenti il punto  $Q$ ?
  - (b) Calcolare  $zw$  e dire quali sono le coordinate del punto  $Q$ .
  - (c) Calcolare la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ .
3.
  - (a) Usando solo le 4 “lettere” A (adenina), C (citosina), G (guanina), T (timina), quante “parole” composte da esattamente 8 lettere si possono formare?
  - (b) Quante parole ottenute in (a) contengono esattamente 4 volte la lettera A?
4. Calcolare i seguenti limiti: (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=3}^n \left(-\frac{1}{5}\right)^k$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4e^{5x}}{1 - e^{5x}}$ .
5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
  - (a)  $v(t) = t^{-3} + 3^t$ ,
  - (b)  $f(x) = e^{-x} \cos x$ ,
  - (c)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ,
  - (d)  $f(x) = \sqrt{\log_{10} x}$ .

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Supponiamo che una coltura batterica di *Salmonella typhi* si trovi nella fase esponenziale della sua crescita. Si è osservato che la coltura si è quintuplicata in 70 minuti.
  - (a) Se inizialmente erano presenti  $N_0$  batteri, quanti batteri saranno presenti dopo 210 minuti?
  - (b) Sia  $N(t)$  il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo  $t$  (in minuti), e sia  $N_0 = N(0)$ . Determinare la costante  $\mu$  in modo tale che la crescita della coltura sia descritta mediante la funzione  $N(t) = N_0 5^{\mu t}$ .
  - (c) Determinare la costante  $\lambda$  in modo tale che  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$ .
  - (d) Si ricordi che il processo durante il quale si formano due cellule a partire da un singolo individuo è chiamato generazione, e il tempo richiesto per tutto il processo è detto *tempo di generazione*. Calcolare il tempo di generazione del batterio *Salmonella typhi*.
  - (e) Qual è la percentuale dei batteri che in media si dividono in ogni minuto?
2. Nel piano sia fissato un sistema di riferimento cartesiano. Sia  $P$  il punto  $P(3, 4)$ , che può essere identificato con il numero complesso  $z = 3 + 4i$ , e sia  $Q$  il punto ottenuto da  $P$  attraverso una rotazione di  $30^\circ$  in senso antiorario attorno l'origine.
  - (a) Per quale numero complesso  $w$  bisogna moltiplicare  $z$  affinché  $zw$  rappresenti il punto  $Q$ ?
  - (b) Calcolare  $zw$  e dire quali sono le coordinate del punto  $Q$ .
  - (c) Calcolare la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ .
3.
  - (a) Usando solo le 4 “lettere” A (adenina), C (citosina), G (guanina), T (timina), quante “parole” composte da esattamente 5 lettere si possono formare?
  - (b) Quante parole ottenute in (a) contengono esattamente 2 volte la lettera A?
4. Calcolare i seguenti limiti: (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^n \left(-\frac{1}{4}\right)^k$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^{5x}}{1 - 5e^{5x}}$ .
5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
  - (a)  $v(t) = t^{-10} + 10^t$ ,
  - (b)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ ,
  - (c)  $f(x) = \frac{x^2}{\cos x}$ ,
  - (d)  $f(x) = x^2 \log_{10} x$ .