28. 01. 2006

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Calcolare gli integrali:

   (a) $\displaystyle\int_0^{\ln 3} e^{2x}\,dx$, (b) $\displaystyle\int (2x+1)\,\mathrm{sen}\,x\,dx$, (c) $\displaystyle\int_0^{2} |x-1|\,dx$, (d) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^6}\,dx$.

2. Calcolare in forma approssimata le soluzioni dell'equazione

   $$\mathrm{sen}\,x = (x - \frac{\pi}{2})^2$$

   sostituendo la funzione $f(x) = \mathrm{sen}\,x$ con il suo polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

3. Si consideri la seguente reazione chimica: $A + B \longrightarrow P$. La velocità della reazione è uguale alla velocità di scomparsa o di A o di B e si è trovato empiricamente che

   $$\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt} = -k[A][B]\,, \tag{1}$$

   dove $[A] =: x(t)$ (in mol/l) è la concentrazione di A in funzione del tempo t (in s) e k (in $\mathrm{l} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$) è una costante positiva. Siccome $\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt}$, le concentrazioni di A e di B possono differire solo per una costante, diciamo K, cioè $[B] = x(t) + K$.

   (a) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = 0$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x^2\,. \tag{2}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (2) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 4$.

   (b) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = -1$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x(x-1)\,. \tag{3}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (3) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 4$.

4. Data la funzione $z = f(x,y) = (3x - y + 1)^2$, $(x,y) \in \mathbf{R}^2$,

   (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f;

   (b) disegnare le curve di livello per $z = 4$ e per $z = z_0$, dove z_0 è il più piccolo valore che la funzione f può assumere;

   (c) (facoltativo) disegnare o descrivere il grafico di f.

28. 01. 2006

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Calcolare gli integrali:

   (a) $\displaystyle\int_0^{\ln 2} e^{-x}\,dx$, (b) $\displaystyle\int (5x-2)\cos x\,dx$, (c) $\displaystyle\int_{-4}^{0} |x+2|\,dx$, $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{x^3}\,dx$.

2. Calcolare in forma approssimata le soluzioni dell'equazione

$$\cos x = -(x-\pi)^2$$

   sostituendo la funzione $f(x) = \cos x$ con il suo polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = \pi$.

3. Si consideri la seguente reazione chimica: $A + B \longrightarrow P$. La velocità della reazione è uguale alla velocità di scomparsa o di A o di B e si è trovato empiricamente che

$$\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt} = -k[A][B]\,, \tag{1}$$

   dove $[A] =: x(t)$ (in mol/l) è la concentrazione di A in funzione del tempo t (in s) e k (in $\mathrm{l} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$) è una costante positiva. Siccome $\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt}$, le concentrazioni di A e di B possono differire solo per una costante, diciamo K, cioè $[B] = x(t) + K$.

   (a) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = 0$, la (1) si riduce a

$$\frac{dx}{dt} = -x^2\,. \tag{2}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (2) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 3$.

   (b) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = 12$, la (1) si riduce a

$$\frac{dx}{dt} = -x(x+12)\,. \tag{3}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (3) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 3$.

4. Data la funzione $z = f(x,y) = -(2x-y+1)^2$, $(x,y) \in \mathbf{R}^2$,

   (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f;

   (b) disegnare le curve di livello per $z = -4$ e per e per $z = z_0$, dove z_0 è il più grande valore che la funzione f può assumere;

   (c) (facoltativo) disegnare o descrivere il grafico di f.

28. 01. 2006

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Calcolare gli integrali:

   (a) $\int_0^{\ln 2} e^{3x}\,dx$, (b) $\int (1-4x)\,\mathrm{sen}\,x\,dx$, (c) $\int_0^6 |x-3|\,dx$, $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^5}\,dx$.

2. Calcolare in forma approssimata le soluzioni dell'equazione

   $$\mathrm{sen}\,x = -(x+\frac{\pi}{2})^2$$

   sostituendo la funzione $f(x) = \mathrm{sen}\,x$ con il suo polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = -\frac{\pi}{2}$.

3. Si consideri la seguente reazione chimica: $A + B \longrightarrow P$. La velocità della reazione è uguale alla velocità di scomparsa o di A o di B e si è trovato empiricamente che

   $$\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt} = -k[A][B]\,, \tag{1}$$

   dove $[A] =: x(t)$ (in mol/l) è la concentrazione di A in funzione del tempo t (in s) e k (in $\mathrm{l} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$) è una costante positiva. Siccome $\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt}$, le concentrazioni di A e di B possono differire solo per una costante, diciamo K, cioè $[B] = x(t) + K$.

   (a) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = -1$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x^2\,. \tag{2}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (2) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 2$.

   (b) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = -1$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x(x-1)\,. \tag{3}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (3) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 2$.

4. Data la funzione $z = f(x, y) = (x - 3y + 3)^2$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$,

   (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f;

   (b) disegnare le curve di livello per $z = 9$ e per e per $z = z_0$, dove z_0 è il più piccolo valore che la funzione f può assumere;

   (c) (facoltativo) disegnare o descrivere il grafico di f.

28. 01. 2006

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Calcolare gli integrali:

   (a) $\displaystyle\int_0^{\ln 2} e^{-2x}\,dx$, (b) $\displaystyle\int (1-5x)\cos x\,dx$, (c) $\displaystyle\int_{-8}^{0} |x+4|\,dx$, $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{x^4}\,dx$.

2. Calcolare in forma approssimata le soluzioni dell'equazione

   $$\cos x = -(x+\pi)^2$$

   sostituendo la funzione $f(x) = \cos x$ con il suo polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = -\pi$.

3. Si consideri la seguente reazione chimica: $A + B \longrightarrow P$. La velocità della reazione è uguale alla velocità di scomparsa o di A o di B e si è trovato empiricamente che

   $$\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt} = -k[A][B]\,, \tag{1}$$

   dove $[A] =: x(t)$ (in mol/l) è la concentrazione di A in funzione del tempo t (in s) e k (in $\mathrm{l} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$) è una costante positiva. Siccome $\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt}$, le concentrazioni di A e di B possono differire solo per una costante, diciamo K, cioè $[B] = x(t) + K$.

   (a) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = 0$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x^2\,. \tag{2}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (2) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 1$.

   (b) Nel caso in cui $k = 1$ e $K = 1$, la (1) si riduce a

   $$\frac{dx}{dt} = -x(x+1)\,. \tag{3}$$

   Trovare la soluzione $x(t)$ (in forma esplicita) della (3) che soddisfa alla condizione iniziale $x(0) = 1$.

4. Data la funzione $z = f(x,y) = -(x+3y-6)^2$, $(x,y) \in \mathbf{R}^2$,

   (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f;

   (b) disegnare le curve di livello per $z = -9$ e per e per $z = z_0$, dove z_0 è il più grande valore che la funzione f può assumere;

   (c) (facoltativo) disegnare o descrivere il grafico di f.