

1. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:

a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{4}{1 + e^{-3t}}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sen} x$ ,      c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$ ,  
d)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{6}{2 + \ln t}$ ,      e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \operatorname{sen} x$ ,      f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

2. Discutere il comportamento del limite di  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$  per  $x \rightarrow 2^-$ ,  $x \rightarrow 2^+$ ,  $x \rightarrow -2^-$ , ed  $x \rightarrow -2^+$ . Rappresentare un grafico di  $f(x)$ .

3. Trovare  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{3n})^n$  e  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 5h}{h}$ .

4. Trovare  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha}$ , dove  $\alpha$  è la misura dell'angolo in gradi.

5. Calcolare i seguenti limiti: (a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^n (-\frac{1}{2})^k$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 3e^{-4x}}{1 - e^{-4x}}$ .

6. Stabilire se le seguenti serie sono convergenti:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ ,      b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ ,      c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arcsen}(\frac{1}{n})$ .

La serie c) è assolutamente convergente? Suggerimento: si confronti  $\frac{1}{n}$  con  $\operatorname{arcsen}(\frac{1}{n})$ .

7. Siano  $a, b, c \in \mathbf{R}$  costanti positive. Trovare i limite delle seguenti funzioni per  $t \rightarrow +\infty$ :

(a)  $f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$  (funzione logistica di crescita).

(b)  $f(t) = a(1 + \frac{b-a}{a - be^{c(b-a)t}})$  (funzione della cinetica chimica).

8. Secondo van der Waals lo stato di una mole di un gas reale può essere descritto tramite l'equazione

$$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT,$$

dove la costante  $R = 8,31 \text{ Nm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  è uguale per tutti i gas, mentre le costanti positive  $a$  (in  $\text{Nm}^4/\text{mol}^2$ ) e  $b$  (in  $\text{m}^3/\text{mol}$ ) dipendono dal gas. Si consideri una trasformazione isoterma ( $T$  costante) e calcolino  $\lim_{V \rightarrow b^+} p(V)$  e  $\lim_{V \rightarrow +\infty} p(V)$ .