

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Un brodo di coltura è infetto da N_0 batteri. Le cellule dei batteri si dividono ogni quattro ore.

- (a) Quanti batteri ci saranno nel brodo dopo 24 h?
- (b) Determinare il parametro λ (in h^{-1}) in modo tale che il numero N dei batteri presenti dopo t ore possa essere approssimata mediante la funzione $N = N(t) = N_0 2^{\lambda t}$.
- (c) Determinare il parametro μ (in h^{-1}) in modo tale che il numero N dei batteri presenti dopo t ore possa essere approssimata mediante la funzione $N = N(t) = N_0 e^{\mu t}$.

2. Trovare le derivate di

a) $v(t) = \sqrt{t} + \ln(\sqrt{t})$, b) $y = \text{sen}(2x^2 - 3)$, c) $y = \frac{\log_{10} x}{x}$, d) $y = x^2 \cdot e^x$.

3. Data la funzione $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \neq 0$,

- (a) trovare gli asintoti;
- (b) disegnare il grafico di f ;
- (c) calcolare il polinomio di Taylor di f di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = 1$.

4. Calcolare gli integrali:

(a) $\int_0^3 |x - 1| dx$, (b) $\int_0^\pi \text{sen} \frac{x}{2} dx$, (c) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$, (d) $\int (x - 1)e^{-x} dx$.

5. Nella decomposizione del pentossido d'azoto $2\text{N}_2\text{O}_5 \longrightarrow 4\text{NO}_2 + \text{O}_2$ la concentrazione molare $C = C(t) = [\text{N}_2\text{O}_5]$ in funzione del tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = -kC \\ C(0) = C_0, \end{cases}$$

dove k è una costante positiva.

- (a) Calcolare la soluzione del problema di Cauchy.
- (b) Trovare il limite di $C(t)$ per $t \rightarrow \infty$.

6. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 5, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

- (a) Disegnare la curva di livello della funzione f per la quota $z = 3$.
- (b) Calcolare il gradiente della funzione f .
- (c) Trovare i minimi e i massimi relativi della funzione f .