

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Alcune molecole di RNA consistono soltanto di A = adenina, C = citosina, G = guanina, U = uracile. Quante serie di cinque di tali costituenti possono essere formate se

- (a) si ammette la possibilità di una illimitata ripetizione della stessa base?
- (b) una sola base può comparire più di una volta nella serie?

2. Un brodo di coltura è infetto da N_0 batteri. Le cellule dei batteri si dividono ogni sei ore.

- (a) Quanti batteri ci saranno nel brodo dopo 24 h?
- (b) Determinare il parametro λ (in h^{-1}) in modo tale che il numero N dei batteri presenti dopo t ore possa essere approssimata mediante la funzione $N = N(t) = N_0 2^{\lambda t}$.
- (c) Determinare il parametro μ (in h^{-1}) in modo tale che il numero N dei batteri presenti dopo t ore possa essere approssimata mediante la funzione $N = N(t) = N_0 e^{\mu t}$.

3. Trovare le derivate di

a) $v(t) = \sqrt{t} + \ln(\cos t)$, b) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$, c) $y = \frac{x}{\sin x}$, d) $y = x^2 \log_{10} x$.

4. Data la funzione $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$, $x \in \mathbf{R}$,

- (a) disegnare il grafico di f ;
- (b) calcolare il polinomio di Taylor di f di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = 0$.

5. Calcolare gli integrali:

(a) $\int_{-1}^1 |x - 1| dx$, (b) $\int_0^\pi x \sin \frac{x}{2} dx$, (c) $\int_{-1}^{e-2} \frac{1}{x+2} dx$, (d) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$.

6. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 10y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 4. \end{cases}$$

7. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y - 1, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

- (a) Disegnare la curva di livello della funzione f per la quota $z = 2$.
- (b) Calcolare il gradiente della funzione f .
- (c) Trovare i minimi e i massimi relativi della funzione f .