

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Consideriamo tre diversi caratteri ereditari controllati dalle coppie di alleli Aa , Bb , Cc . Quanti sono i possibili (a) genotipi distinti, (b) fenotipi, (c) genotipi che danno origine al fenotipo ABC ?
2. Supponiamo che una coltura batterica di *Escherichia coli* si trovi nella fase esponenziale della sua crescita. In condizioni nutrizionali ottimali, il numero dei batteri *E. coli* si raddoppia ogni 20 minuti.
 - (a) Se inizialmente erano presenti N_0 batteri, quanti batteri saranno presenti dopo 3 ore?
 - (b) Sia $N(t)$ il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo t (in minuti), e sia $N_0 = N(0)$. Determinare la costante μ in modo tale che la crescita della coltura sia descritta mediante la funzione $N(t) = N_0 2^{\mu t}$.
 - (c) Determinare la costante λ in modo tale che $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$.
3. Calcolare le derivate di
 - a) $v(t) = \log_{10} 3t$, b) $f(x) = 10^x \cos x$, c) $f(x) = \frac{1}{1-x}$,
 - d) $V(r) = D(1 - e^{-a(r-r_0)})^2$ (D, a, r_0 sono costanti positive).
4. Calcolare il polinomio di Taylor di $V(r)$ del secondo grado e di centro r_0 .
5. Calcolare gli integrali:
 - (a) $\int_0^3 |x+1| dx$, (b) $\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx$, (c) $\int x \cos x dx$, (d) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$.
6. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 6. \end{cases}$$

7. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y - 1, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

- (a) Disegnare la curva di livello della funzione f per la quota $z = 2$.
- (b) Calcolare il gradiente della funzione f (in un punto generico (x, y)).
- (c) Trovare i minimi e i massimi relativi della funzione f .