21. 2. 2008

# Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. (a) Qual è il numero dei possibili pentapeptidi (sequenze aminoacidiche di lunghezza 5) che si possono formare dai 20 aminoacidi ordinari?

   (b) Quanti di tali pentapeptidi contengono esattamente due volte l'aminoacido glicina?

2. Trovare le derivate di

   (a) $v(t) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{t}}$, b) $y = \dfrac{e^{2x}}{x}$, (c) $y = \log_{10}|1 - x^2|$, (d) $y = 10^x \cdot \operatorname{sen} x$.

3. Data la funzione $f(x) = 1 + \dfrac{x}{2} + \dfrac{8}{x}$, $\quad x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) calcolare il polinomio di Taylor del secondo grado e di centro 4.

4. Calcolare gli integrali: (a) $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{1-2x}\,dx$, (b) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$, (c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^3}\,dx$ .

5. Supponiamo che la misura di una popolazione sia una funzione derivabile del tempo $N(t)$ che soddisfi la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dN}{dt} = 1,5N\left(1 - \frac{N}{50}\right) .$$

   (a) Calcolare $N(t)$ se $N(0) = 10$.

   (b) Calcolare $N(t)$ se $N(0) = 100$.

   (c) Trovare $\lim_{t\to\infty} N(t)$ per le funzioni calcolate in (a) e (b).

   (d) Disegnare i grafici delle funzioni di (a) e (b) nello stesso sistema di riferimento.

6. Si consideri la funzione

$$z = f(x,y) = (x + 2y - 5)^2 + 3(y - 2x)^2, \quad (x,y) \in \mathbf{R}^2$$

   e se ne determinino:

   (a) il gradiente nel punto $(0,1)$;

   (b) la derivata direzionale nel punto $(0,1)$ secondo la direzione della retta di equazione $3x + y = 0$;

   (c) i minimi e i massimi relativi e assoluti.

21. 2. 2008

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. (a) Qual è il numero dei possibili hexapeptidi (sequenze aminoacidiche di lunghezza 6) che si possono formare dai 20 aminoacidi ordinari?

   (b) Quanti di tali hexapeptidi contengono esattamente due volte l'aminoacido glicina?

2. Trovare le derivate di

   (a) $v(t) = \sqrt{t^2 + 5}$, b) $y = \dfrac{e^{-x}}{x}$, (c) $y = \log_{10} |1 - x^3|$, (d) $y = 10^x \cdot \cos x$.

3. Data la funzione $f(x) = 1 - \dfrac{x}{3} - \dfrac{3}{x}$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$,

   (a) trovare i minimi e i massimi relativi;

   (b) determinare gli asintoti;

   (c) disegnare il grafico;

   (d) calcolare il polinomio di Taylor del secondo grado e di centro 3.

4. Calcolare gli integrali: (a) $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{5 - 3x}\, dx$, (b) $\displaystyle\int x \,\mathrm{sen}\, x \, dx$, (c) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^5}\, dx$ .

5. Supponiamo che la misura di una popolazione sia una funzione derivabile del tempo $N(t)$ che soddisfi la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dN}{dt} = N\left(1 - \frac{N}{100}\right) .$$

   (a) Calcolare $N(t)$ se $N(0) = 20$.

   (b) Calcolare $N(t)$ se $N(0) = 200$.

   (c) Trovare $\lim_{t\to\infty} N(t)$ per le funzioni calcolate in (a) e (b).

   (d) Disegnare i grafici delle funzioni di (a) e (b) nello stesso sistema di riferimento.

6. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = (x - 2y - 5)^2 + 3(y - 3x)^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

   e se ne determinino:

   (a) il gradiente nel punto $(0, -1)$;

   (b) la derivata direzionale nel punto $(0, -1)$ secondo la direzione della retta di equazione $2x + y = 0$;

   (c) i minimi e i massimi relativi e assoluti.