

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Le basi dell'RNA sono quattro: adenina (A), guanina (G), citosina (C) ed uracile (U). Durante la sintesi proteica la cellula traduce una sequenza di codoni (o triplette di basi) in una sequenza di amminoacidi. Ad esempio, il codone CCG codifica la prolina, CGC l'arginina e GCC l'alanina.

- (a) Qual è il numero dei possibili codoni che si possono formare con le 4 basi?
 (b) Qual è il numero dei possibili codoni che contengono sia l'adenina che la guanina?

2. Trovare le derivate di

(a) $U(t) = (pt + q)^5$, (b) $y = e^{-x} \cdot \cos x$, (c) $T(u) = au - \frac{b}{u^2}$, (d) $y = \log_{10} x^2$.

3. Nella fase esponenziale della crescita vale per il numero N di cellule in una coltura batterica di *Salmonella typhi*

$$N = N(t) = N_0 e^{\lambda t},$$

dove t è il tempo, $N_0 = N(0)$ e $\lambda = 0,028 \text{ min}^{-1}$.

- (a) Si calcoli il tempo di raddoppiamento (tempo di generazione) della coltura.
 (b) Quante ore ci vogliono affinché vi siano presenti $128 N_0$ cellule?

4. Calcolare (a) $\int_{-1}^{-10} \frac{3t^3 + 1}{t} dt$, (b) $\int_1^{10} \log_{10} x dx$, (c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(4x + \pi) dx$.

5. Sia $v = v(t)$ la velocità (che dipende dal tempo t) di un corpo di massa m in caduta libera sottoposto alla resistenza viscosa di un fluido. Si sperimenta che la resistenza del fluido produce sul corpo una forza circa uguale a $-\alpha v(t)$, dove α è una costante positiva che dipende, fra le altre cose, dalla forma del corpo e dal fluido in cui esso si muove. Dalla legge di Newton si ottiene $mv'(t) = mg - \alpha v(t)$ (dove $g > 0$ è la costante di accelerazione gravitazionale della terra).

- (a) Si trovi la soluzione $v = v(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} mv'(t) = mg - \alpha v(t) \\ v(0) = v_0. \end{cases}$$

- (b) Si calcoli la velocità limite $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$ e si dica se essa dipende dalla velocità iniziale v_0 .

6. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - (x - 1)^2 - y^2}, \quad \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 \leq 4\}$$

e se ne determinino:

- (a) il gradiente nel punto $(1, 0)$;
 (b) la curva di livello per la quota $z = 0$ (disegno!);
 (c) l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $(1, 0, 2)$;
 (d) i massimi relativi.