

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 7 si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?  
 (b) Quanti di tali sequenze contengono esattamente 5 volte l'aminoacido leucina?

2. Trovare le derivate di

(a)  $U(t) = (2pt + q)^4$ , (b)  $y = e^{2x} \cdot \sin x$ , (c)  $T(u) = \frac{au - 1}{u + b}$ , (d)  $y = \log_{10} x^3$ .

3. Nella fase esponenziale della crescita di cellule in una coltura batterica di *Salmonella typhi* la coltura si quintuplica in un'ora. Si ricordi che per il numero  $N$  di cellule vale

$$N = N(t) = N_0 e^{\lambda t},$$

dove  $t$  (in min) è il tempo,  $N_0 = N(0)$  e  $\lambda$  (in  $\text{min}^{-1}$ ) è una costante positiva.

- (a) Si calcoli il tempo di raddoppiamento (tempo di generazione) della coltura.
- (b) Quante ore ci vogliono affinché vi siano presenti  $125 N_0$  cellule?

4. Calcolare (a)  $\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx$ , (b)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ , (c)  $\int_{-\infty}^0 2xe^{2x} dx$ .

5. In una reazione chimica  $A + B \rightarrow C$  del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano 2, 2 e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione  $x = x(t)$  di C al tempo  $t$  è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k(2 - x)^2 \\ x(0) = 0, \end{cases}$$

dove  $k$  (in  $\text{s}^{-1}\text{M}^{-1}$ ) è una costante positiva. Calcolare la soluzione  $x(t)$  del problema di Cauchy e il limite di  $x(t)$  per  $t \rightarrow \infty$ .

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 - (y + 1)^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

determinare:

- (a) il gradiente di  $f$  nel punto  $(2, 1)$ ;
- (b) la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(2, 1)$  in direzione della retta bisettrice del primo quadrante;
- (c) la curva di livello di  $f$  per la quota  $z = 0$  (disegno!);
- (d) l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(2, 1, 0)$ ;
- (e) i punti stazionari di  $f$  e classificarli.