**Istituzioni di Matematica – Biotecnologie**
**Prova del 27/01/2009**

**Cognome:** ______________________________

**Nome:** ______________________________

**Matricola:** ______________________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 10 si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?

   (b) Quanti di tali sequenze contengono esattamente 8 volte l'aminoacido leucina?

2. Dati i tre punti $A = (-1, 0, 2)$, $B = (-2, 1, 3)$ e $C = (0, 1, 0)$, calcolare

   (a) la distanza fra i punti $A$ e $B$,

   (b) il prodotto scalare di $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$,

   (c) l'angolo $BAC$ in gradi e in radianti,

   (d) l'area del triangolo di vertici $A$, $B$, $C$.

3. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni di cui una è la derivata dell'altra. È $f$ (curva tratteggiata) la derivata o $g$ (curva continua)?

Figura 1

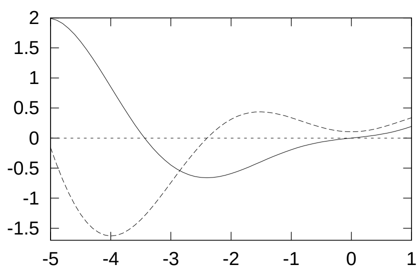
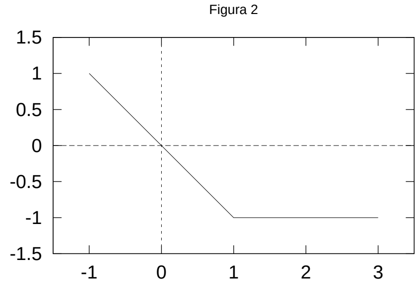



Figura 2




4. Calcolare $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$ per la funzione $f$ il cui grafico è rappresentato in fig. 2.

**(continua)**

5. Calcolare le derivate

   (a) $U(t) = pt^{\frac{3}{4}} - qt^{-2}$, $\quad \dfrac{dU}{dt} =$

   (b) $y = \sqrt{x} \cdot \cos x$, $\quad y' =$

   (c) $R(s) = \dfrac{1}{a - bs}$, $\quad \dfrac{dR}{ds} =$

6. Sviluppare la funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) e calcolare $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$.

7. Calcolare

   (a) $\int_0^1 (1 - 2x)^5 \, dx =$

   (b) $\int_1^e x \ln x \, dx =$

   (c) $\int_0^1 \dfrac{1}{x\sqrt{x}} \, dx =$

8. La concentrazione $C = C(t)$ di un soluto in funzione del tempo $t$ sia soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dfrac{dC}{dt} = 2(30 - C) \\ C(0) = 10\,. \end{cases}$$

   (a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.

   $C(t) =$

   (b) Si trovi il limite di $C(t)$ per $t \to +\infty$. $\quad \lim_{t \to +\infty} C(t) =$

   (c) Usando la risposta di (a), si determini $t$ in modo tale che $C(t) = 20$.

   $t =$

**Istituzioni di Matematica – Biotecnologie**
**Prova del 27/01/2009**

**Cognome:** ______________________________

**Nome:** ______________________________

**Matricola:** ______________________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 8 si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?

   (b) Quanti di tali sequenze contengono esattamente 6 volte l'aminoacido leucina?

2. Dati i tre punti $A = (-2, 0, 1)$, $B = (-2, 1, 3)$ e $C = (0, 1, 0)$, calcolare

   (a) la distanza fra i punti $A$ e $B$,

   (b) il prodotto scalare di $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$,

   (c) l'angolo $BAC$ in gradi e in radianti,

   (d) l'area del triangolo di vertici $A$, $B$, $C$.

3. In fig. 1 sono riportati i grafici di due funzioni di cui una è la derivata dell'altra. È $f$ (curva continua) la derivata o $g$ (curva tratteggiata)?

Figura 1

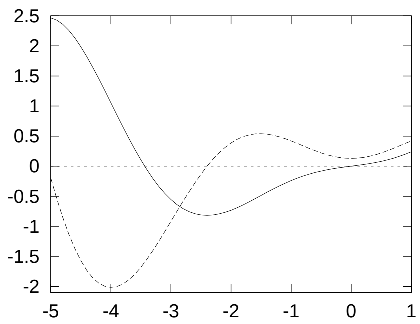
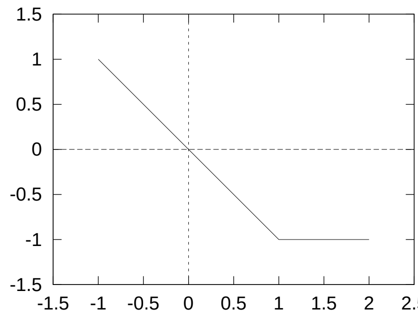



Figura 2




4. Calcolare $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$ per la funzione $f$ il cui grafico è rappresentato in fig. 2.

**(continua)**

5. Calcolare le derivate

(a) $U(t) = pt^{\frac{2}{3}} - qt^{-1}$, $\quad \dfrac{dU}{dt} =$

(b) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{sen} x$, $\quad y' =$

(c) $R(s) = \dfrac{1}{as+b}$, $\quad \dfrac{dR}{ds} =$

6. Sviluppare la funzione $f(x) = e^x$ in serie di Taylor (centrata in 0) e calcolare $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$.

7. Calcolare

(a) $\int_0^2 (1 - \frac{x}{2})^7 \, dx =$

(b) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx =$

(c) $\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} \, dx =$

8. La concentrazione $C = C(t)$ di un soluto in funzione del tempo $t$ sia soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dfrac{dC}{dt} = 4(60 - C) \\ C(0) = 10\,. \end{cases}$$

(a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.

$C(t) =$

(b) Si trovi il limite di $C(t)$ per $t \to +\infty$. $\quad \lim_{t \to +\infty} C(t) =$

(c) Usando la risposta di (a), si determini $t$ in modo tale che $C(t) = 35$.

$t =$