

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 10 si possono formare dai 20 aminoacidi primari?  
 (b) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza  $\leq 10$  si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?
2. Trovare le derivate di  
 (a)  $U(t) = \left(\frac{p}{t}\right)^6 - \left(\frac{q}{t}\right)^4$ , (b)  $y = e^{-x} \cdot \cos x$ , (c)  $T(u) = \frac{a+u}{b+u}$ , (d)  $y = \log_{10} \frac{1}{x}$ .
3. La popolazione di batteri di una data coltura ha crescita esponenziale. All'istante  $t = 0$  la popolazione ha 2000 individui e all'istante  $t = 3$  ne ha 4000.  
 (a) Calcolare il numero di individui all'istante  $t = 1$ .  
 (b) A quale istante di tempo la popolazione raggiungerà le 48000 unità?
4. Calcolare (a)  $\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx$ , (b)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ , (c)  $\int_{-\infty}^0 2xe^{2x} dx$ .
5. In una reazione chimica  $A + B \longrightarrow C$  del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A e B siano 4 e 2 rispettivamente. Allora la concentrazione  $x = x(t)$  di C al tempo  $t$  soddisfa l'equazione differenziale

$$\frac{dx}{dt} = k(4-x)(2-x),$$

dove  $k$  (in  $s^{-1}M^{-1}$ ) è una costante positiva.

- (a) Si calcoli la soluzione  $x(t)$  dell'equazione differenziale con la condizione iniziale  $x(0) = 0$ . Per l'integrazione si usi l'identità

$$\frac{1}{(4-x)(2-x)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2-x} - \frac{1}{4-x} \right).$$

- (b) Si trovi il limite di  $x(t)$  per  $t \rightarrow \infty$ .

6. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^3 - 12x + y^3 - 3y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

determinare:

- (a) il gradiente di  $f$  nel punto  $(1, 1)$ ;
- (b) la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(1, 1)$  in direzione dell'asse delle  $x$  negative;
- (c) l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 1, -13)$ ;
- (d) i punti stazionari di  $f$  e classificarli.