Istituzioni di Matematica – Biotecnologie
Prova del 05/02/2009

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 7 si possono formare dai 20 aminoacidi primari?

   (b) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza ≤ 7 si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?

2. Dati i tre punti $A = (2, 0, 1)$, $B = (-1, 1, 3)$ e $C = (1, 0, 1)$, calcolare

   (a) i vettori $\vec{a} := \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} := \overrightarrow{AC}$,

   (b) il prodotto scalare di $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

   (c) il prodotto vettoriale di $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

   (d) un vettore normalizzato ortogonale al piano passante per i punti A, B, C,

   (e) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti A, B, C.

3. Quali valori di x soddisfano l'equazione $\log_3 x = \log_9(5x + 6)$?

4. Sia $f(x)$ una funzione numerica reale, dispari e derivabile su $\mathbf{R}$.

   (a) Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

   (A) $f'(x)$ è una funzione pari.
   (B) $f'(x)$ è una funzione dispari.
   (C) Le informazioni non sono sufficienti per decidere la parità.

   (b) Calcolare $\int_{-3}^{3} (f(x) - 1)\, dx$.

(continua)

5. Calcolare le derivate

   (a) $V(r) = a((\frac{r_0}{r})^{12} - (\frac{r_0}{r})^6)$, $\boxed{\frac{dV}{dr} =}$

   (b) $N(t) = \dfrac{1}{1+e^{-\alpha t}}$, $\boxed{N'(t) =}$

   (c) $y = x \ln x$, $\boxed{y' =}$

6. Calcolare

   (a) $\displaystyle\int_{-12}^{0} \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\,dx =$ $\boxed{}$

   (b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen} x\,dx =$ $\boxed{}$

   (c) $\displaystyle\int_{-2}^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}}\,dx =$ $\boxed{}$

7. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A e B siano 2 e 1 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t soddisfa l'equazione differenziale

$$\frac{dx}{dt} = k(2-x)(1-x)\,,$$

dove k (in $s^{-1}M^{-1}$) è una costante positiva.

   (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ dell'equazione differenziale con la condizione iniziale $x(0) = 0$. Per l'integrazione si usi l'identità

$$\frac{1}{(2-x)(1-x)} = \frac{1}{1-x} - \frac{1}{2-x}.$$

$\boxed{x(t) =}$

   (b) Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \to +\infty$. $\boxed{\lim_{t\to+\infty} x(t) =}$

Istituzioni di Matematica – Biotecnologie
Prova del 05/02/2009

Cognome: ____________________

Nome: ____________________

Matricola: ____________________

Scrivere le soluzioni nei riquadri.

1. (a) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza 8 si possono formare dai 20 aminoacidi primari?

   (b) Quante sequenze aminoacidiche di lunghezza ≤ 8 si possono formare dai due aminoacidi leucina e treonina?

2. Dati i tre punti $A = (2, 0, 1)$, $B = (-1, 1, 3)$ e $C = (-1, 0, 1)$, calcolare

   (a) i vettori $\vec{a} := \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} := \overrightarrow{AC}$,

   (b) il prodotto scalare di $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

   (c) il prodotto vettoriale di $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

   (d) un vettore normalizzato ortogonale al piano passante per i punti A, B, C,

   (e) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti A, B, C.

3. Quali valori di x soddisfano l'equazione $\log_3 x = \log_9(x + 6)$?

4. Sia $f(x)$ una funzione numerica reale, dispari e derivabile su $\mathbf{R}$.

   (a) Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

   (A) $f'(x)$ è una funzione dispari.
   (B) $f'(x)$ è una funzione pari.
   (C) Le informazioni non sono sufficienti per decidere la parità.

   (b) Calcolare $\int_{-1}^{1} (f(x) - 1)\, dx$.

(continua)

5. Calcolare le derivate

   (a) $V(r) = a((\frac{r_0}{r})^{10} - (\frac{r_0}{r})^5)$, $\frac{dV}{dr} =$

   (b) $N(t) = \frac{1}{a + e^{-bt}}$, $N'(t) =$

   (c) $y = x^2 \ln x$, $y' =$

6. Calcolare

   (a) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{1+2x}}\, dx =$

   (b) $\int_0^{\pi} x \cos x \, dx =$

   (c) $\int_{-3}^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}}\, dx =$

7. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A e B siano 3 e 2 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t soddisfa l'equazione differenziale

$$\frac{dx}{dt} = k(3-x)(2-x)\,,$$

   dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva.

   (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ dell'equazione differenziale con la condizione iniziale $x(0) = 0$. Per l'integrazione si usi l'identità

$$\frac{1}{(3-x)(2-x)} = \frac{1}{2-x} - \frac{1}{3-x}.$$

   $x(t) =$

   (b) Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \to +\infty$. $\lim_{t\to+\infty} x(t) =$