

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

- Quanti diversi risultati $CCCCC, CCCCT, CCCTC, \dots$ si possono avere su 5 lanci di una moneta?
 - Quanti di tali risultati contengono T esattamente 2 volte?
- Trovare le derivate di
 - $U(t) = \left(\frac{p}{t}\right)^2 - \left(\frac{q}{t}\right)^2$,
 - $y = e^{2x} \sin x$,
 - $T(u) = \frac{au + b}{cu + d}$,
 - $y = \log_{10} \sqrt{x}$.
- La popolazione di batteri di una data coltura ha crescita esponenziale. All'istante $t = 0$ la popolazione ha 2000 individui e all'istante $t = 2$ ne ha 4000.
 - Calcolare il numero di individui all'istante $t = 1$.
 - A quale istante di tempo la popolazione raggiungerà le 48000 unità?
- Calcolare (a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx$, (b) $\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \, dx$, (c) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} \, dx$.
- Si consideri la reazione $2\text{NO}_2 \longrightarrow \text{N}_2\text{O}_4$. La concentrazione $x := [\text{NO}_2]$ dipende dal tempo t , cioè $x = x(t)$, ed è soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kx^2 \\ x_0 = x(0), \end{cases}$$

dove k è una costante positiva.

- Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.
 - Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \rightarrow +\infty$.
 - Si trovi il tempo di mezza-vita della reazione, cioè il tempo $t_{1/2}$ a cui metà del reagente ha reagito.
- Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + y^3 - xy, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

determinare:

- il gradiente di f nel punto $(1, 1)$;
- la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ in direzione dell'asse delle x negative;
- l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, 1)$;
- i punti stazionari di f e classificarli.