ch.ind.24.01.2014

NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$5y'' + 2y' + y = 17\,\mathrm{sen}\left(\tfrac{x}{2}\right); \qquad y(0) = 0\,, \quad y'(0) = 0\,.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore che la funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x$ assume nell'insieme $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2\ ;\ 1 \le y \le e^x,\ \ x \le 3\right\}$, e indicare quali sono i punti di A nei quali tali valori vengono assunti.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A e^x \sqrt[3]{y^2 - 1}\ dx\,dy\,, \qquad A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2\ ;\ 1 \le y \le 3\,,\ e^x \le y \le 2e^x\right\}$$

4) Scrivere il numero complesso $1 + i\sqrt{3}$ e il suo complesso coniugato in forma esponenziale ($\rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbf{R}$, $\rho \ge 0$) e calcolare $\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^{11}}{1 - i\sqrt{3}}$.

5) Data la matrice simmetrica $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 3 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & -1 \end{pmatrix}$, calcolare il determinante di **A**, gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ di **A**, e determinare una matrice ortogonale **M** tale che

$$\mathbf{M}^T\,\mathbf{A}\,\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}.$$

NOME E COGNOME anno immatricolazione.

………

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y'' + 2y' + 5y = 34\cos\left(\tfrac{x}{2}\right); \qquad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore che la funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4x$ assume nell'insieme $A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,;\; 1 \le y \le e^{-x},\;\; x \ge -3\right\}$, e indicare quali sono i punti di A nei quali tali valori vengono assunti.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A e^{-x} \sqrt[3]{y^2 - 1}\; dx\, dy\,, \qquad A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,;\; 1 \le y \le 3\,,\; e^{-x} \le y \le 2e^{-x}\right\}$$

4) Scrivere il numero complesso $\sqrt{3} + i$ e il suo complesso coniugato in forma esponenziale ($\rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbf{R}$, $\rho \ge 0$) e calcolare $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^5}{\sqrt{3}-i}$.

5) Data la matrice simmetrica $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2\sqrt{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -2\sqrt{3} & 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcolare il determinante di $\mathbf{A}$, gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ di $\mathbf{A}$, e determinare una matrice ortogonale $\mathbf{M}$ tale che

$$\mathbf{M}^T\,\mathbf{A}\,\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}.$$
