NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……………………………………………………………………………………………………

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{8xy}{4x^2+1} + 12x^2 \; ; \qquad y(0) = 2 .$$

2) Determinare e classificare i punti critici per la funzione $f(x,y) = x^4 - 8y - 2x^2 y + 2y^2$

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{x}{\left(x^2+y^2\right)^2}\, dx\, dy\,, \qquad A = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \; ; \; x^2 + y^2 \le 100\,,\; x \ge 5 \right\}$$

4) Determinare nel campo complesso tutte le soluzioni dell'equazione $z^3 + 8i = 0$ sia in forma algebrica $(a + bi \;\text{ con }\; a, b \in \mathbf{R})$ che in forma esponenziale $(\rho e^{i\vartheta} \;\text{ con }\; \rho, \vartheta \in \mathbf{R}, \rho \ge 0)$ e rappresentare nel piano complesso tali soluzioni.

5) Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -\sqrt{3} & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcolare la matrice $\mathbf{B} = \mathbf{A}\,\mathbf{A}^T$, gli autovalori λ_1, λ_2 di $\mathbf{B}$ e una matrice ortogonale $\mathbf{M}$ con determinante 1 tale che $\mathbf{M}^T \mathbf{A}\, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, dove $\lambda_1 < \lambda_2$.

Qual è l'angolo della rotazione definita dalla matrice **M**? (Si scelga l'angolo tra $-\pi$ e π).

NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{2xy}{x^2+9} + 3x^2 \ ; \qquad y(0) = 8 \ .$$

2) Determinare e classificare i punti critici per la funzione $f(x,y) = 8y^4 - 4x - 4xy^2 + x^2$

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{y}{\left(x^2+y^2\right)^2}\, dx\, dy \ , \qquad A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ ; \ x^2+y^2 \le 16 \ , \ y \ge 2\right\}$$

4) Determinare nel campo complesso tutte le soluzioni dell'equazione $z^3 - 27i = 0$ sia in forma algebrica $\left(a+bi \text{ con } a, b \in \mathbf{R}\right)$ che in forma esponenziale $\left(\rho e^{i\vartheta} \text{ con } \rho, \vartheta \in \mathbf{R}, \rho \ge 0\right)$ e rappresentare nel piano complesso tali soluzioni.

5) Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$, calcolare la matrice $\mathbf{B} = \mathbf{A}\,\mathbf{A}^T$, gli autovalori λ_1, λ_2 di $\mathbf{B}$ e una matrice ortogonale $\mathbf{M}$ con determinante 1 tale che $\mathbf{M}^T \mathbf{A}\, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, dove $\lambda_1 < \lambda_2$.

Qual è l'angolo della rotazione definita dalla matrice $\mathbf{M}$? (Si scelga l'angolo tra $-\pi$ e π).
