NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1	2	3	4	5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{2xy + 3y}{2\ln\left(\frac{y}{2}\right)}; \quad y(-4) = 2e^2 .$$

2) Rappresentare graficamente il dominio naturale della funzione $f(x,y) = y^2 \ln\left(x^2 + y\right)$.

Determinare e classificare i punti critici per f.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{1}{x}\,dx\,dy, \quad A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 ;\; x + 2y \geq 0,\; x + y - 3 \leq 0,\; x - y - 3 \geq 0\right\}$$

4) Risolvere nel campo complesso l'equazione: $z^2 - 3z + 3 + i = 0$. Scrivere le soluzioni in forma algebrica $(a + bi$ con $a, b \in \mathbf{R})$; rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

N.B.: Per calcolare le radici quadrate di un numero complesso sono utili le formule:

$$\cos^2\left(\tfrac{\vartheta}{2}\right) = \tfrac{1}{2}(1 + \cos\vartheta) \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}^2\left(\tfrac{\vartheta}{2}\right) = \tfrac{1}{2}(1 - \cos\vartheta) .$$

5) Determinare i valori del parametro k per i quali la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4-k & k \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ammette come autovettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Scelto uno di questi valori k, dire se la corrispondente matrice $\mathbf{A}$ è diagonalizzabile su $\mathbf{R}$ e giustificare la risposta.

NOME E COGNOME anno immatricolazione.

………

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{x\,y - 4y}{\ln\left(\frac{y}{3}\right)}; \quad y(-1) = 3e^3.$$

2) Rappresentare graficamente il dominio naturale della funzione $f(x,y) = x^2 \ln\left(2x + y^2\right)$.

Determinare e classificare i punti critici per *f*.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{1}{x}\,dx\,dy\,, \quad A = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2\,;\; x + 2y \geq 0,\; 2x + 2y - 3 \leq 0,\; 2x - 2y - 3 \geq 0\right\}$$

4) Risolvere nel campo complesso l'equazione: $z^2 - 3z + 1 + 3i = 0$. Scrivere le soluzioni in forma algebrica $(a + b\,i \;\text{ con }\; a, b \in \mathbf{R})$; rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

N.B.: Per calcolare le radici quadrate di un numero complesso sono utili le formule:

$$\cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos\vartheta) \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos\vartheta).$$

5) Determinare i valori del parametro *k* per i quali la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4-k & k \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ ammette come autovettore $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$. Scelto uno di questi valori *k*, dire se la corrispondente matrice **A** è diagonalizzabile su **R** e giustificare la risposta.
