NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{8x+3}{2y} e^{y^2} \; ; \qquad y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\ln 2} \, .$$

2) Determinare il minimo e il massimo valore assunti dalla funzione $f(x,y) = \dfrac{2x-y+2}{x+3}$

nell'insieme $A = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \, ; 4 - \frac{4}{3}x^2 \le x \le 6 - 2x^2 \right\}$.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{1}{x^2} e^{\frac{2y}{x}} \, dx \, dy \, , \qquad A = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \, ; \; 1 \le x^2 + y^2 \le 4 \, , \; -x \le y \le x \right\}$$

4) Dati i numeri complessi $z = -3 + 3\sqrt{3}\, i$, $w = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$, calcolare e scrivere $\frac{z}{w}$ sia in forma algebrica ($a + bi$ con $a, b \in \mathbb{R}$) che in forma esponenziale ($\rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}, \rho \ge 0$); rappresentare graficamente z, w e $\frac{z}{w}$ nel piano complesso.

5) Determinare una base ortonormale di $\mathbb{R}^2$ composta di autovettori per la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3\sqrt{3} & 3 \\ 3 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$. Diagonalizzare **A** con una matrice di passaggio ortogonale di determinante 1 (cioè la matrice di una rotazione). Stabilire qual è l'angolo di rotazione e descrivere geometricamente l'endomorfismo definito da **A** rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$.

NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{8x+3}{2y} e^{-y^2} \; ; \qquad y(-2) = \sqrt{2\ln 3}.$$

2) Determinare il minimo e il massimo valore assunti dalla funzione $f(x,y) = \dfrac{x-y+1}{x+3}$ nell'insieme $A = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 ; 2 - \frac{2}{3}x^2 \le x \le 3 - x^2 \right\}$.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{1}{x^2} e^{\frac{y}{x}} \, dx \, dy \, , \qquad A = \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \; ; \; 1 \le x^2 + y^2 \le 9 \, , \; 0 \le y \le x \right\}$$

4) Dati i numeri complessi $z = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\, i$, $w = 1 + i\sqrt{3}$, calcolare e scrivere $\frac{z}{w}$ sia in forma algebrica ($a + bi$ con $a, b \in \mathbb{R}$) che in forma esponenziale ($\rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}, \rho \ge 0$); rappresentare graficamente z, w e $\frac{z}{w}$ nel piano complesso.

5) Determinare una base ortonormale di $\mathbb{R}^2$ composta di autovettori per la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix}$. Diagonalizzare **A** con una matrice di passaggio ortogonale di determinante 1 (cioè la matrice di una rotazione). Stabilire qual è l'angolo di rotazione e descrivere geometricamente l'endomorfismo definito da **A** rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$.