

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1**2****3****4****5**

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{x y^3}{x^2 - 1}, \quad y(2) = 1.$$

2) Determinare e classificare i punti critici per la funzione $f(x, y) = 5 \ln(1 + x^2 + y^2) - 3x$.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A x \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 3, x \geq 0\}$$

4) Calcolare il modulo e un argomento del numero complesso $z = \frac{e^{\frac{\pi i}{4}}}{(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^2}$.

Scrivere z^{-1} in forma esponenziale ($z^{-1} = \rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}$, $\rho > 0$).

5) Determinare i valori dei parametri k e ℓ per i quali la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & k & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & \ell & 1 \end{pmatrix}$ ammette come

autovettore $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Assegnati a k e ℓ tali valori, determinare tutti gli autovalori di \mathbf{A} e una

base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori per \mathbf{A} .