

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1

2

3

4

5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

### ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$5y'' + 2y' + y = 4e^{-\frac{x}{5}}; \quad y(0) = 6, \quad y'(0) = 2.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore che la funzione  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x$  assume nell'insieme  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq y \leq 1 + x^3, x \leq 3\}$ , e indicare quali sono i punti di  $A$  in cui tali valori vengono assunti.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{x^3}{y^3 + 2} dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x^2 \leq y \leq 2x^2\}$$

4) Risolvere nel campo complesso l'equazione:  $z^6 = -64$ . Scrivere le soluzioni in forma algebrica ( $z = a + bi$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ ) e in forma esponenziale ( $z = \rho e^{i\vartheta}$  con  $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}, \rho \geq 0$ ); rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

5) Data la matrice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & k \\ 4 & \ell \end{pmatrix}$ , determinare i valori dei parametri  $k$  e  $\ell$  in modo che 3 sia autovalore e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  autovettore per  $\mathbf{A}$  relativo all'autovalore 3.

Assegnati a  $k$  e  $\ell$  tali valori, dire se la corrispondente matrice  $\mathbf{A}$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$  (giustificare la risposta); dire poi se essa è invertibile e, in caso affermativo, calcolare  $\mathbf{A}^{-1}$ .