NOME E COGNOME anno immatricolazione.

……

1 2 3 4 5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{6xy}{x^2-4} + 8x ; \quad y\left(\sqrt{3}\right) = 5 .$$

2) Sia A l'insieme: $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; 0 \le x \le 4\pi ,\ \operatorname{sen} x \le y \le 3\right\}$, f la funzione definita da: $f(x,y) = (x-11)^2 + (y-2)^2$. Disegnare l'insieme A; descrivere le linee di livello della funzione f; servendosi di questi elementi, calcolare il minimo e il massimo valore che f assume in A.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A y \quad dx\, dy , \quad A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; x \ge 0 ,\ x^2 + y^2 \ge 4 ,\ \frac{x}{\sqrt{3}} \le y \le 2\right\}$$

4) Dato il numero complesso $w = e^{\frac{\pi}{3} i} + 1$, calcolare $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{w}\right)$, cioè la parte reale di $\frac{1}{w}$, e $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{w}\right)$, cioè la parte immaginaria di $\frac{1}{w}$.

Disegnare nel piano complesso il punto w e il luogo di tutti i punti z tali che $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2}$.

5) Determinare una base ortonormale di $\mathbb{R}^2$ composta di autovettori per la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Diagonalizzare **A** con una matrice di passaggio ortogonale di determinante 1 (cioè la matrice di una rotazione). Stabilire qual è l'angolo di rotazione e descrivere geometricamente l'endomorfismo definito da **A** rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$.