

NOME E COGNOME

anno immatricolazione

1

2

3

4

5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

### ESERCIZI DA SVOLGERE

- 1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$5y'' - 2y' + y = 8e^{-\frac{x}{5}}; \quad y(0) = 6; \quad y'(0) = 2.$$

- 2) Determinare il minimo e il massimo valore assunti dalla funzione  $f(x, y) = \frac{x+y+1}{x-1}$

$$\text{nell'insieme } A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; \frac{8}{5}x^2 \leq y \leq -\frac{4}{5}(x-1) \right\}$$

- 3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{2y}{(6x-x^3)^2} dx dy, \quad A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0, x \geq 1 \right\}$$

- 4) Risolvere nel campo complesso l'equazione:  $(1-i)z^2 - (7-i)z + 8 + 6i = 0$ .

Scrivere le soluzioni in forma algebrica ( $a+bi$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ ); rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

N.B.: Per calcolare le radici quadrate di un numero complesso sono utili le formule

$$\cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta) \quad \text{e} \quad \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta).$$

- 5) Calcolare una base dell'autospazio della matrice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & -5 \\ 7 & 2 & -5 & 0 \end{pmatrix}$

relativo all'autovalore 3. Dire se  $\mathbf{A}$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$  o su  $\mathbb{C}$  e giustificare la risposta.