

1. Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$\frac{2iz - 4}{z + 5i} = -1 + 2i,$$

rappresentare la soluzione nel piano complesso e di essa calcolare il modulo e un argomento.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 18) Calcolare modulo e argomento dei numeri:

$$\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{\sqrt{3} + i}.$$

3. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.

(a) $\bar{z} := x - iy$, (b) $\overline{(-z)}$, (c) $-z$, (d) $\frac{1}{z}$ (usare l'inversione circolare).

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 23) Risolvere le equazioni

(a) $(z - 2)^3 = -i$ (b) $z^2 - (4 + i)z + 4 + 2i = 0$.

5. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti z tali che:

(a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d) $|z - 1| = 2$, (e) $|z + 1| = 1$,
 (f) $|z + 1| = |z - 1|$, (g) $|z + i| = |z - 1|$, (h) $\operatorname{Re}(z^2) > 2$, (i) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = -1$.

(Si ricordi che $|z_1 - z_2|$ è la distanza tra z_1 e z_2 . $\operatorname{Re}(z)$ denota la parte reale e $\operatorname{Im}(z)$ la parte immaginaria di z .)

6. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 25) Esprimere $(\sin \theta)^4$ come combinazione lineare di termini del tipo $\sin(k\theta)$ e $\cos(k\theta)$.

7. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 27) Disegnare nel piano complesso i seguenti insiemi:

$$A = \left\{ z : 1 < |z| < 2; \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{3} \right\}, \quad B = \{ iz : z \in A \}.$$

8. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 277, Esercizi 111-115) Sia $z = x + iy$, $x, y \in \mathbf{R}$. Scrivere in forma algebrica $a + bi$ i seguenti numeri complessi:

$$e^{z^2}, \quad e^{\bar{z}}, \quad ie^z, \quad e^{2z+3i}, \quad e^{-iz}.$$

9. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 278, Esercizio 116) Sia $x \in \mathbf{R}$. Calcolare la parte reale del numero complesso

$$\frac{1}{2 + i} e^{(3-i)x}.$$