Matematica con Esercitazioni

08. 12. 2012

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 9, pag. 56) Dati i vettori:

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} \qquad \mathbf{w} = -2\mathbf{i} + \mathbf{k}$$

   calcolare il prodotto scalare $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$. Qual è l'angolo formato tra i due vettori? Calcolare poi il prodotto vettoriale $\mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$ e il prodotto misto $\langle \mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{v} \wedge \mathbf{w} \rangle$.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 10, pag. 56) Scrivere l'equazione parametrica vettoriale, e le equazioni parametriche scalari (loc. cit., pp. 48-49), delle seguenti rette:

   (a) La retta r_1 passante per i punti $(1, 3, 2)$ e $(0, 4, 1)$.

   (b) La retta r_2 passante per il punto $(1, 3, 2)$ e e avente la direzione del vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - 3\mathbf{k}$.

   (c) La retta r_3 intersezione dei piani $x + 3y - 2z = 1$ e $2x - y + z = 0$.

   (d) La retta r_4 passante per $(2, 1, 0)$ e parallela alla retta r_1.

3. Sia π il piano passante per i punti $(0, 0, 0)$, $(2, 1, 2)$ e $(1, 5, 1)$.

   (a) Trovare un vettore (non nullo) ortogonale al piano π.

   (b) Trovare una base ortonormale del sottospazio π di $\mathbf{R}^3$ usando:
   (b1) il vettore trovato in (a) e il prodotto vettoriale,
   (b2) il metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.

   (c) Calcolare la proiezione del vettore $(1, 2, 1)$ su π.

4. Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 5 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

   Dire se le matrici sono diagonalizzabili su $\mathbf{R}$ o su $\mathbf{C}$.