

1. Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$\frac{2iz - 4}{z + 5i} = -1 + 2i,$$

rappresentare la soluzione nel piano complesso e di essa calcolare il modulo.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 18) Calcolare il modulo dei numeri:

$$\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{\sqrt{3} + i}.$$

3. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da  $z = x + iy$  geometricamente? Si faccia un disegno.

(a)  $\bar{z} := x - iy$ , (b)  $\overline{(-z)}$ , (c)  $-z$ , (d)  $\frac{1}{z}$  (usare l'inversione circolare).

4. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti  $z$  tali che:

(a)  $|z| = 2$ , (b)  $|z| < 2$ , (c)  $|z| > 2$ , (d)  $|z - 1| = 2$ , (e)  $|z + 1| = 1$ ,

(f)  $|z + 1| = |z - 1|$ , (g)  $|z + i| = |z - 1|$ , (h)  $\operatorname{Re}(z^2) > 2$ , (i)  $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = -1$ .

(Si ricordi che  $|z_1 - z_2|$  è la distanza tra  $z_1$  e  $z_2$ .  $\operatorname{Re}(z)$  denota la parte reale e  $\operatorname{Im}(z)$  la parte immaginaria di  $z$ .)

5. Esprimere i seguenti angoli in radianti: (a)  $135^\circ$ ; (b)  $-90^\circ$ ; (c)  $40^\circ$ ; (d)  $80^\circ$ .

6. Esprimere i seguenti angoli in gradi: (a)  $0,25$  rad; (b)  $0,5$  rad; (c)  $-\pi$  rad.

7. Determina i valori di  $\alpha \in \mathbf{R}$  tali che:

(a)  $\cos \alpha = -1/2$ ; (b)  $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$ ; (c)  $\sin(2\alpha) = 1/\sqrt{2}$ .

8. Disegnate il grafico delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ll} y = \cos(2x), & y = \tan(3x), \\ y = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right), & y = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right), \\ y = 1 - \cos x, & y = 1 = \cos(3x). \end{array}$$

9. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 183, Esercizio 1) Stabilire se le seguenti funzioni sono periodiche, e in caso affermativo determinarne il periodo:

(a)  $\sin 2x + \cos 3x$ , (b)  $(\sin x)^2$ , (c)  $\cos(2x + 1)$ , (d)  $\sin(x^3)$ , (e)  $2^{\sin x}$ ,  
(f)  $\tan \frac{x}{2} + (\cos x)^2$ .

10. Trova i seguenti valori:

(a)  $\arccos(\frac{1}{2})$ , (b)  $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ , (c)  $\arctan(1)$ , (d)  $\arctan(-\sqrt{3})$ .

11. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 184, Esercizio 20) Dire quali sono il dominio e l'immagine delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2 \arcsin(x - 1); \quad g(x) = \frac{1}{2} \arccos(2x + 1).$$