Matematica con Esercitazioni

13. 12. 2014

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 56, p. 121) Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice; se è possibile, diagonalizzarla:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 59, p. 122) Determinare una base ortonormale di $\mathbf{R}^3$ composta di autovettori della matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e diagonalizzare la matrice $\mathbf{A}$.

3. Data la matrice hermitiana $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 1+2i \\ 1-2i & 3 \end{pmatrix}$, calcolare

   (a) $\det(\mathbf{A})$ e $\mathbf{A}^{-1}$;

   (b) gli autovalori λ_1, λ_2 di $\mathbf{A}$;

   (c) numeri complessi z_1, z_2 tali che $\begin{pmatrix} 5 \\ z_1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ z_2 \end{pmatrix}$ siano autovettori di $\mathbf{A}$ relativi a λ_1, λ_2 rispettivamente;

   (d) una matrice unitaria $\mathbf{U}$ e la su inversa $\mathbf{U}^{-1}$ tale che $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U}$. La matrice $\mathbf{U}$ è unica?

4. Data la matrice normale $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcolare gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ di $\mathbf{A}$ e determinare una matrice unitaria $\mathbf{U}$ tale che

$$U^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}.$$

   Qual è il determinate di $\mathbf{A}$?

5. Diagonalizzare la matrice normale $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} i & i \\ i & -i \end{pmatrix}$ con una matrice di passaggio unitaria e calcolare il determinante di $\mathbf{A}$.