Matematica con Esercitazioni 10. 01. 2015

1. Nello spazio euclideo tridimensionale xyz sia R_x la rotazione di angolo $90°$ attorno all'asse x e R_z la rotazione di angolo $90°$ attorno all'asse z.
   (a) Determinare (rispetto alla base canonica) la matrice di R_x, la matrice di R_z e la matrice della composizione $R_z \circ R_x$.
   (b) Calcolare l'asse e l'angolo della rotazione $R_z \circ R_x$.

2. Data la matrice
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix},$$
   (a) stabilire se $\mathbf{A}$ e ortogonale e calcolare $\det(\mathbf{A})$;
   (b) trovare l'asse e l'angolo della rotazione definita dalla matrice $\mathbf{A}$ (rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$).

3. Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x^4 + 4x^2y^2 - 2x^2 + 2y^2$,
   (a) trovare i punti critici della f,
   (b) calcolare la matrice hessiana nei punti critici,
   (c) classificare i punti critici utilizzando gli autovalori della matrice hessiana.