Matematica con Esercitazioni

24. 10. 2015

1. Dato il numero complesso $z = \frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$, determinare il valore assoluto, la parte reale e la parte immaginaria di z^{-1}.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 277, Esercizi 111-115) Sia $z = x + iy$, $x, y \in \mathbf{R}$. Scrivere in forma algebrica $a + bi$ i seguenti numeri complessi:

$$e^{z^2}, \qquad e^{\bar{z}}, \qquad ie^{z}, \qquad e^{2z+3i}, \qquad e^{-iz}.$$

3. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 278, Esercizio 116) Sia $x \in \mathbf{R}$. Calcolare la parte reale del numero complesso

$$\frac{1}{2+i}\, e^{(3-i)x} \,.$$

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, pag. 278, Esercizio 117) Sia $x \in \mathbf{R}$. Calcolare la parte immaginaria del numero complesso:

$$(5 + 2i)e^{-3x+2ix} \,.$$

5. Si considerino i vettori $\vec{u} = (2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 3)$. Calcolare e disegnare i vettori $2\vec{u} + \vec{v}$ e $-2\vec{u} - 3\vec{v}$.

6. Trovare la somma di $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, geometricamente usando un poligono vettoriale. Verificare il risultato con una somma algebrica.

7. Dati i vettori $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-3, 2)$, calcolare $\vec{a} - \vec{b}$, $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$.

8. Trovare l'angolo tra i vettori $\vec{p} = (3, 0, -4)$, $\vec{q} = (-2, 2, 1)$.

9. Dati i tre punti $A = (-1, 0, 2)$, $B = (-2, 1, 3)$ e $C = (0, 1, 0)$, calcolare
   (a) i vettori $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$; (b) la distanza tra i punti A e B;
   (c) il prodotto scalare di $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$; (d) l'angolo BAC in gradi e in radianti.

10. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 55, Esercizio 6) Dati i vettori

$$\mathbf{v} = (1, 2, 3) \quad \text{e} \quad \mathbf{w} = (-2, 0, 1),$$

calcolare i vettori $\mathbf{v} + \mathbf{w}$ e $2\mathbf{v} - 3\mathbf{w}$, il modulo del vettore $\mathbf{v} + \mathbf{w}$ e il versore del vettore $2\mathbf{v} - 3\mathbf{w}$.

11. Dato il vettore $\vec{a} = (1, 3)$, determinare la sua proiezione secondo la direzione del vettore $\vec{b} = (1, 1)$.