Matematica con Esercitazioni

05. 12. 2015

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 34, p. 93) Sia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Calcolare $\det(\mathbf{A}^3)$ e $\det(\mathbf{A}^{-1})$.

   N.B.: Non occorre calcolare $\mathbf{A}^3$ e $\mathbf{A}^{-1}$.

2. Calcolare il determinante e l'inversa della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Calcolare il determinante della matrice $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 & -7 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

   Suggerimento: Trasformare la matrice in una matrice triangolare mediante operazioni elementari sulle righe o colonne della matrice.

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 54, p. 121) Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 5 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

   Dire se le matrici sono diagonalizzabili su $\mathbb{R}$ o su $\mathbb{C}$ e, in caso affermativo, calcolare una matrice $\mathbf{S}$ del cambiamento di base tale che $\mathbf{SAS}^{-1}$ è una diagonalizzazione della matrice $\mathbf{A}$.