# Matematica con Esercitazioni

19. 12. 2015

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 56, p. 121) Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice; se è possibile, diagonalizzarla:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Data la matrice

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{5}{\sqrt{30}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

   (a) verificare che $\mathbf{S}$ è ortogonale e $\det(\mathbf{S}) = 1$, cioè che $\mathbf{S}$ rappresenta (rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$) una rotazione;

   (b) calcolare gli autovalori (reali e complessi) della matrice $\mathbf{S}$;

   (c) trovare l'asse della rotazione;

   (d) trovare l'angolo della rotazione utilizzando la traccia di $\mathbf{S}$;

   (e) trovare l'angolo della rotazione utilizzando gli autovalori complessi di $\mathbf{S}$.

3. Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y,z) = x^4 + 4x^2y^2 - 2x^2 + 2y^2 + z^2$,

   (a) trovare i punti critici della $f$,

   (b) calcolare la matrice hessiana nei punti critici,

   (c) classificare i punti critici utilizzando gli autovalori della matrice hessiana.