Matematica con Esercitazioni

05. 11. 2016

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 36, p. 93)
   (a) Calcolare $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ con $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
   (b) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$.

2. Nel piano cartesiano con l'origine O siano dati i punti $P = (2, 4)$ e $Q = (4, 2)$. Calcolare l'area del triangolo di vertici O, P, Q.

3. Nel piano cartesiano con l'origine O siano dati i punti $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$.
   Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori $\overrightarrow{OP_1}$ e $\overrightarrow{OP_2}$. Scrivere tale area in forma di un determinante di ordine due.

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 48, Esempio 1.6) Calcolare il volume del parallelepipedo di spigoli $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (0, 2, 2)$ e $\vec{c} = (2, 1, 2)$.

5. Calcolare il determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
   (a) sviluppandolo secondo la prima riga;
   (b) con la regola di Sarrus.

6. Scrivere l'equazione parametrica vettoriale della retta r passante per i punti $(1, 1)$, $(5, 1)$ e determinare:
   (a) l'equazione cartesiana della retta ortogonale ad r e passante per l'origine,
   (b) l'equazione cartesiana della retta parallela ad r passante per il punto $(2, 1)$.

7. Determinare la distanza del punto $(1, 1)$ dalla retta di equazione $x + 3y = 1$.

8. Determinare la distanza fra il punto $(1, -1, 2)$ ed il piano di equazione $x + 2y - 2z = 1$.

9. Dire se la retta congiungente i punti $(-1, 0, 4)$, $(-3, 5, 7)$ è ortogonale al piano di equazione $2x - 5y + 3z = 7$.

10. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 53, Esempio 2.2) Sia π il piano passante per i tre punti $A = (1, 0, -1)$, $B = (2, 1, 0)$, $C = (0, 1, -2)$.
    (a) Calcolare un vettore normale al piano π (ad esempio $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$).
    (b) Trovare un'equazione cartesiana del piano π.
    (c) Determinare la forma normale di Hesse dell'equazione cartesiana del piano π e usarla per calcolare la distanza del punto $P = (3, -1, 3)$ da π.

11. Una cellula elementare di saccarosio cristallino ha la forma di un parallelepipedo di spigoli $|\vec{a}| = 10,9$ Å, $|\vec{b}| = 8,7$ Å e $|\vec{c}| = 7,8$ Å (1 Å$=10^{-10}$ m) e di angoli $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^o$, $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{c}) = 102,9^o$, $\sphericalangle(\vec{b}, \vec{c}) = 90^o$. Calcolarne il volume (in nm^3).