Matematica con Esercitazioni

03. 12. 2016

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 34, p. 93) Sia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Calcolare $\det(\mathbf{A}^3)$ e $\det(\mathbf{A}^{-1})$.

   N.B.: Non occorre calcolare $\mathbf{A}^3$ e $\mathbf{A}^{-1}$.

2. Calcolare il determinante e l'inversa della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Risolvere il seguente sistema lineare con l'algoritmo di Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_3 = -3 \end{cases}.$$

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 46, p. 107) Risolvere i sistemi

(a) $$\begin{cases} 6x - 2y - 2z - 8t = 7 \\ -9x + 3y + 3z + 12t = 13 \end{cases}$$

(b) $$\begin{cases} x - 3y + 5z = -3 \\ 3x + 2y + 4z = -9 \\ -x - 3y + z = 3 \\ 2x + y + 3z = -6 \end{cases}$$

5. Discutere la risolubilità del sistema

$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ 2x + y + z = a \\ 3x - z = 0 \end{cases}$$

   in funzione del parametro reale a.

   Suggerimento: Applicare l'eliminazione di Gauss e considerare il sistema equivalente triangolare.

6. Risolvere il seguente sistema lineare con l'algoritmo di Gauss-Jordan nei due casi in cui l'ultimo termine noto a è 8 e l'altra volta a è 9:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = -5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -7 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 11 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = a \end{cases}.$$

7. Si determinino le coordinate del vettore $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} \in \mathbb{R}^2$ rispetto alla base $\mathcal{B} = (-2\mathbf{i} + \mathbf{j},\ \mathbf{i} - \mathbf{j})$ geometricamente attraverso un disegno e algebricamente (si veda l'esercizio 1 del 12/11/2016).