Matematica con Esercitazioni

17. 12. 2016

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 54, p. 121) Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 5 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

   Dire se le matrici sono diagonalizzabili su $\mathbb{R}$ o su $\mathbb{C}$ e, in caso affermativo, calcolare una matrice $\mathbf{S}$ del cambiamento di base tale che $\mathbf{SAS}^{-1}$ è una diagonalizzazione della matrice $\mathbf{A}$.

3. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 57, p. 121) Un autovalore si dice *regolare* se la sua molteplicità geometrica coincide con la sua molteplicità algebrica. Dire se le seguenti matrici hanno autovalori regolari o no:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 58, p. 121) Determinare i valori del parametro k per i quali la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1-k & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ -k & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

   ammette come autovettore $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Scelto uno di questi valori k, dire se la matrice corrispondente è diagonalizzabile.

5. (Bramanti-Pagani-Salsa, 6.8, p. 119) Determinare una base ortonormale di $\mathbb{R}^2$ composta di autovettori della matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

   diagonalizzare la matrice $\mathbf{A}$ con una matrice di passaggio ortogonale di determinante 1 (una rotazione, per quale angolo?) e descrivere geometricamente l'endomorfismo definito da $\mathbf{A}$ (rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$).