Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
C.d.L. in Chimica Industriale 18. 11. 2010

Esempio di un'interpolazione polinomiale instabile
(Quarteroni-Saleri, Esempio 3.3, pag. 85)

1. Interpolare la funzione $f(x) = \sin(2\pi x)$ sull'intervallo $[-1, 1]$ usando 22 nodi equispaziati x_i.

2. Plottare nella stessa figura la funzione f e (con un altro colore) il suo polinomio interpolatore $\Pi_{21} f$.

3. Generare 10000 numeri (pseudo-) casuali tra 0 e 1 con il comando R = rand(1,1e4) e visualizzare la loro distribuzione con il comando hist(R). Come si possono ottenere da R numeri casuali tra -1 e 1?

4. Generare 22 numeri casuali tra $-9.5 \cdot 10^{-4}$ e $9.5 \cdot 10^{-4}$.

5. Generare un insieme di valori $\tilde{f}(x_i)$ ottenuti perturbando in maniera casuale i 22 valori $f(x_i)$, in modo che
$$\max_{i=0,\ldots,21} |f(x_i) - \tilde{f}(x_i)| \simeq 9.5 \cdot 10^{-4}.$$

6. Calcolare il polinomio interpolatore $\Pi_{21}\tilde{f}$ corrispondente ai valori $\tilde{f}(x_i)$ e confrontarlo con $\Pi_{21} f$ calcolando
$$\max_{-1 \le x \le 1} |\Pi_{21} f(x) - \Pi_{21}\tilde{f}(x)|.$$

7. Plottare nella stessa figura i polinomi interpolatori $\Pi_{21} f$ e $\Pi_{21}\tilde{f}$.

8. Calcolare la *costante di Lebesgue* (il *numero di condizionamento* del problema dell'interpolazione)
$$\Lambda_{21}(x_0, \ldots, x_{21}) = \max_{-1 \le x \le 1} \sum_{i=0}^{21} \left| \prod_{\substack{k=0 \\ k \ne i}}^{21} \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \right|.$$