Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 16/02/2011

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli
$$I(f) = \int_a^b f(x)\,dx = \int_3^5 \frac{x}{\ln x}\,dx$$
con la formula composita di Simpson $I_M(f)$ su M sottointervalli equispaziati, partendo da $M = 1$ e iterativamente raddoppiando il numero di sottointervalli fino a quando l'errore stimato $|I_{2M}(f) - I_M(f)|$ sia minore di $0,005$:

   $I_1(f) =$ $\boxed{}$ $I_2(f) =$ $\boxed{}$ $I_4(f) =$ $\boxed{}$

   Se $f(x)$ è monotona crescente o decrescente in $[a, b]$, le formule del punto sinistro (o del rettangolo sinistro) $I_{ps}(f) = (b - a)f(a)$ e del punto destro (o del rettangolo destro) $I_{pd}(f) = (b - a)f(b)$ forniscono una sotto- e sovra-stima di $I(f)$. Scrivere le relative formule composite rispetto a una suddivisione dell'intervallo $[a, b]$ in M sottointervalli $[x_{k-1}, x_k]$ con $x_k = a + kH$, $k = 0, \ldots, M$, $H = (b - a)/M$:

   $I^c_{ps}(f) =$ $\boxed{}$ $I^c_{pd}(f) =$ $\boxed{}$

   Vale $I^c_{ps}(f) > I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo: $\boxed{}$

   Vale $I^c_{pd}(f) > I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo: $\boxed{}$

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, calcolare (a) $\mathbf{A}^2 =$ $\boxed{}$

   (b) gli autovalori (reali e complessi) di $\mathbf{A}$:

   $\lambda_1 =$ $\boxed{}$ $\lambda_2 =$ $\boxed{}$ $\lambda_3 =$ $\boxed{}$

   (c) un autovettore normalizzato, diciamo $\mathbf{x}$, di $\mathbf{A}$ relativo all'autovalore reale:

   $\mathbf{x}^T =$ $\boxed{}$ e, per esso, calcolare $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} =$ $\boxed{}$

Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 16/02/2011

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli

$$I(f) = \int_a^b f(x)\,dx = \int_4^6 \frac{x}{\ln x}\,dx$$

con la formula composita di Simpson $I_M(f)$ su M sottointervalli equispaziati, partendo da $M = 1$ e iterativamente raddoppiando il numero di sottointervalli fino a quando l'errore stimato $|I_{2M}(f) - I_M(f)|$ sia minore di $0,0005$:

$I_1(f) =$ $\boxed{}$ $I_2(f) =$ $\boxed{}$ $I_4(f) =$ $\boxed{}$

Se $f(x)$ è monotona crescente o decrescente in $[a, b]$, le formule del punto sinistro (o del rettangolo sinistro) $I_{ps}(f) = (b - a)f(a)$ e del punto destro (o del rettangolo destro) $I_{pd}(f) = (b - a)f(b)$ forniscono una sotto- e sovra-stima di $I(f)$. Scrivere le relative formule composite rispetto a una suddivisione dell'intervallo $[a, b]$ in M sottointervalli $[x_{k-1}, x_k]$ con $x_k = a + kH$, $k = 0, \ldots, M$, $H = (b - a)/M$:

$I^c_{ps}(f) =$ $\boxed{}$ $I^c_{pd}(f) =$ $\boxed{}$

Vale $I^c_{ps}(f) < I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo: $\boxed{}$

Vale $I^c_{pd}(f) < I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo: $\boxed{}$

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -12 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, calcolare (a) $\mathbf{A}^2 =$ $\boxed{}$

   (b) gli autovalori (reali e complessi) di $\mathbf{A}$:

   $\lambda_1 =$ $\boxed{}$ $\lambda_2 =$ $\boxed{}$ $\lambda_3 =$ $\boxed{}$

   (c) un autovettore normalizzato, diciamo $\mathbf{x}$, di $\mathbf{A}$ relativo all'autovalore reale:

   $\mathbf{x}^T =$ $\boxed{}$ e, per esso, calcolare $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} =$ $\boxed{}$

Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 16/02/2011

Cognome: ______________________

Nome: ______________________

Matricola: ______________________

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli
$$I(f) = \int_a^b f(x)\,dx = \int_5^7 \frac{x}{\ln x}\,dx$$
con la formula composita di Simpson $I_M(f)$ su M sottointervalli equispaziati, partendo da $M = 1$ e iterativamente raddoppiando il numero di sottointervalli fino a quando l'errore stimato $|I_{2M}(f) - I_M(f)|$ sia minore di $0,0001$:

   $I_1(f) =$ $\qquad$ $I_2(f) =$ $\qquad$ $I_4(f) =$

   Se $f(x)$ è monotona crescente o decrescente in $[a, b]$, le formule del punto sinistro (o del rettangolo sinistro) $I_{ps}(f) = (b - a)f(a)$ e del punto destro (o del rettangolo destro) $I_{pd}(f) = (b - a)f(b)$ forniscono una sotto- e sovrastima di $I(f)$. Scrivere le relative formule composite rispetto a una suddivisione dell'intervallo $[a, b]$ in M sottointervalli $[x_{k-1}, x_k]$ con $x_k = a + kH$, $k = 0, \ldots, M$, $H = (b - a)/M$:

   $I^c_{ps}(f) =$ $\qquad$ $I^c_{pd}(f) =$

   Vale $I^c_{ps}(f) > I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo:

   Vale $I^c_{pd}(f) > I(f)$? Sì: ☐ No: ☐ Motivo:

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -31 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, calcolare (a) $\mathbf{A}^2 =$

   (b) gli autovalori (reali e complessi) di $\mathbf{A}$:

   $\lambda_1 =$ $\qquad$ $\lambda_2 =$ $\qquad$ $\lambda_3 =$

   (c) un autovettore normalizzato, diciamo $\mathbf{x}$, di $\mathbf{A}$ relativo all'autovalore reale:

   $\mathbf{x}^T =$ $\qquad$ e, per esso, calcolare $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} =$