

Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 02/09/2011

Cognome: _____

Nome: _____

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli il valore numerico approssimato dell'integrale $I(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}\sqrt{2}} e^{-x^2} dx$ con 4 cifre dopo la virgola usando: (a) la formula semplice di Simpson, (b) la formula composta del trapezio su $M = 4$ intervalli equispaziati:

(a) $I_s(f) =$ (b) $I_t^c(f) =$

(c) Si calcolino

$f''(x) =$, $f'''(x) =$

(d) Vale $I_t^c(f) < I(f)$? Sì: No: Motivo:

Se $f \in C^2([a, b])$ esiste $\xi \in [a, b]$ tale che (*) $I(f) - I_t^c(f) = -\frac{(b-a)^3}{12M^2} f''(\xi)$.

(e) Usando (d), la (*) e la monotonia di $f''(x)$ in $[a, b]$, si trovi un intervallo di ampiezza minore di 10^{-2} che contiene il valore esatto $I(f)$ dell'integrale.

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) $\mathbf{A}^2 =$ (b) $\mathbf{A}^{-1} =$

(c) gli autovalori λ di \mathbf{A} e trovare per ognuno di essi una base ortonormalizzata dell'autospazio $E(\mathbf{A}, \lambda) := \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}\}$ di \mathbf{A} relativo a λ :

λ	base ortonormalizzata di $E(\mathbf{A}, \lambda)$