C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi 28. 10. 2012

1. Calcolare l'inversa della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ risolvendo due sistemi lineari e verificare il risultato con MATLAB/Octave: `inv(A)`.

2. Si determinino le coordinate del vettore $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} \in \mathbf{R}^2$ rispetto alla base $\mathcal{B} = (-2\mathbf{i} + \mathbf{j},\ \mathbf{i} - \mathbf{j})$:

   (a) geometricamente attraverso un disegno;

   (b) algebricamente utilizzando il risultato dell'esercizio 1.

3. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 41, p. 103) Sia $F\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ la trasformazione lineare rappresentata nelle basi canoniche da

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

   Determinare il nucleo e l'immagine di F, le loro dimensioni e una loro base.

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 45, p. 104) Sia $f\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ la trasformazione lineare definita dalle relazioni:

$$\begin{aligned} f(e_1) &= e_1 - e_2 \\ f(e_2) &= e_1 - e_2 + e_3 \\ f(e_3) &= e_2 - e_3 \end{aligned}$$

   dove e_1, e_2, e_3 sono la base canonica in $\mathbf{R}^3$. Dire se f è iniettiva, se è suriettiva se è biunivoca. Determinare $\dim \mathrm{Im(f)}$ e il rango della matrice che rappresenta f.

5. Si scriva una funzione MATLAB/Octave `scambio(k,l,A)` che scambia fra loro la k-esima e la l-esima riga di una matrice $\mathbf{A}$. (Si veda Quarteroni-Saleri, pag. 39, esercizio 1.5 e la soluzione 1.5, pag. 302.)