C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi

17. 11. 2012

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 57, p. 121) Dire se le seguenti matrici hanno autovalori regolari o no:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   Come si evince la soluzione dell'esercizio utilizzando MATLAB/Octave (il comando `[autovettori, lambda] = eig(A)`)?

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 56, p. 121) Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice; se è possibile, diagonalizzarla:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Confrontare i risultati dell'esercizio precidente con quelli ottenuti in MATLAB/Octave:

   \>> p = poly(A) % polinomio caratteristico della matrice quadrata A

   \>> roots(p) % autovalori

   \>> [V, D] = eig(A) % diag(D) = autovalori, colonne di V = autovettori

   \>> A*V % uguale a V*D

   \>> V*D % se V è invertibile, $A = VDV^{-1}$ (decomposizione spettrale)

4. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$,

   (a) calcolarne gli autovalori e gli autospazi corrispondenti;

   (b) determinare una matrice ortogonale $\mathbf{M}$ tale che $\mathbf{M}^T\mathbf{AM}$ sia diagonale (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 118, Teorema 6.6);

   (c) determinare una forma canonica della conica di equazione

$$(x, y)\,\mathbf{A}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - 10 = 0$$

   e dire di che tipo di conica si tratta.

5. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 59 p. 122) Determinare una base ortonormale di $\mathbf{R}^3$ composta di autovettori della matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   e diagonalizzare la matrice $\mathbf{A}$. Confrontare il risultato a quello ottenuto in MATLAB/Octave (con il comando `[autovettori, lambda] = eig(A)`).