C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi 16. 12. 2012

1. Si calcoli la retta di regressione per ciascuno dei seguenti gruppi di dati sperimentali, e si determini in quali casi l'adattamento della retta è buono, cioè il coefficiente di correlazione di Pearson $r := \dfrac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sqrt{\mathrm{var}(x)\mathrm{var}(y)}}$ è vicino a uno in valore assoluto. In Octave/MATLAB il coefficiente r può essere estratto dalla matrice di correlazione:

```
mat = corrcoef([x(:) y(:)]); r = mat(1,2)
```

   (a) $(0,1),(1,2),(2,3),(3,5)$;
   (b) $(1,0),(2,1),(3,2),(5,3)$;
   (c) $(0,0),(10,9),(20,21),(30,30)$;
   (d) $(-1,0),(0,1),(1,2),(2,4)$;
   (e) $(1,1),(9,10),(-1,-1),(-9,-10)$.

2. Si calcoli il valore numerico approssimato dell'integrale

$$I(f) = \int_a^b f(x)\,dx = \int_9^{11} \frac{dx}{\ln x}$$

   con 4 cifre dopo la virgola:

   (a) con la formula (semplice) del trapezio, $I_t(f)$,
   (b) con la formula (semplice) di Simpson, $I_s(f)$.

   Se $f \in C^2([a,b])$ esiste $\xi \in [a,b]$ tale che $(*)\;\; I(f) - I_t(f) = -\dfrac{(b-a)^3}{12} f''(\xi)$.

   (c) Si calcoli $f''(x)$.
   (d) Vale $I_t(f) < I(f)$ o $I_t(f) > I(f)$? Si motivi la risposta.
   (e) Usando (d), la $(*)$ e la monotonia di $f''(x)$ in $[a,b]$, si trovi un intervallo di ampiezza minore di $0,01$ che contiene il valore esatto $I(f)$ dell'integrale.

3. (Quarteroni-Saleri, Esercizio 4.5, pag. 127) Si calcoli il minimo numero M di intervalli necessari per approssimare, a meno di un errore di 10^{-4}, l'integrale delle seguenti funzioni negli intervalli indicati:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{1}{1+(x-\pi)^2} && \text{in } [0,5], \\ f_2(x) &= e^x \cos(x) && \text{in } [0,\pi], \\ f_3(x) &= \sqrt{x(1-x)} && \text{in } [0,1], \end{aligned}$$

   utilizzando la formula composita del punto medio. Si verifichino sperimentalmente i risultati ottenuti tramite il programma `midpointc`.

4. (Quarteroni-Saleri, Esercizio 4.12, pag. 128) Per le prime due funzioni dell'esercizio precedente , si valuti il minimo numero di intervalli necessari per ottenere un integrale approssimato con al formula di Simpson composita a meno di un errore di 10^{-4}. Si verifichino sperimentalmente i risultati ottenuti tramite il programma `simpsonc`.