Probabilità e Statistica Matematica – Soluzioni 28. 1. 2008

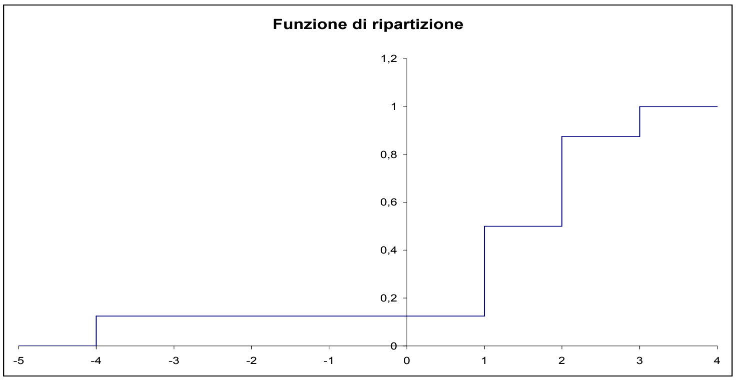
1. A4, B3, C2, D1.

2. R: la biglia estratta è rossa; A: è stata scelta l'urna A; B: è stata scelta l'urna B; C: è stata scelta l'urna C.
   Le probabilità degli eventi sono: $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$, $P(R|A) = \frac{1}{2}$, $P(R|B) = \frac{3}{4}$, $P(R|C) = \frac{1}{4}$.
   (a) $P(R) = P(A)P(R|A) + P(B)P(R|B) + P(C)P(R|C) = \frac{1}{2}$.
   (b) $P(B|R) + P(C|R) = \frac{P(R|B)\cdot P(B)}{P(R)} + \frac{P(R|C)\cdot P(C)}{P(R)} = \frac{2}{3}$.

3. (a) $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $\quad P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
   (b) $P(A|C) = \frac{1}{6}$.
   (c) $P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{36} \Rightarrow A$ e C sono indipendenti.
   (d) $\frac{1}{36} = P(B \cap C) \neq P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{72} \Rightarrow B$ e C non sono indipendenti.

4. $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$; A, B indipendenti $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, quindi sotto le due ipotesi si ha $P(A) = P(A) \cdot P(B)$, da cui segue che $P(A) = 0$ oppure $P(B) = 1$.

5. Valori possibili di X e le loro probabilità: $X = \left\{ \begin{array}{cccc} -4 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{array} \right\}$.



   Probabilità di vincere più di due euro: $\frac{1}{8}$.
   Vincita media: 1 euro.

6. (a) $[-1; 1]$ (b) $P(0,5 \leq X \leq 1) = \frac{1}{4}$ (c) $E(X) = 0$, $\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{3}$.