

1. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del 3,5%.
 - a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?
 - b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?
2. Una sostanza radioattiva perde il 10% della sua intensità di radiazione ogni anno. Che percentuale perderà in tre anni?
3. Calcolare le seguenti somme parziali:
 - a) $1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243$,
 - b) $2 + 2/11 + 2/11^2 + \dots + 2/11^5$,
 - c) $1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + 1/64$.
4. Calcolare le somme delle serie:
 - a) $1 + r + r^2 + r^3 + \dots$ supponendo che $|r| < 1$,
 - b) $c + c/2 + c/2^2 + c/2^3 + \dots$,
 - c) $1 - r + r^2 - r^3 + r^4 - \dots$ supponendo che $-1 < r < +1$.
5. Scrivere i numeri decimali illimitati

$$2.444444444\dots, \quad 1.032323232\dots, \quad 5.269999999\dots$$

(nelle scritture dei quali si immagina di proseguire ripetendo infinitamente 4, 32 e 9 rispettivamente) in forma di frazione $\frac{m}{n}$, dove m e n sono interi.

6. Trovare i limiti (se esistono) delle seguenti successioni $\{a_n\}$ per $n \rightarrow +\infty$:
 - a) $a_n = (2 + \frac{3}{n})(4 - \frac{100}{n})$,
 - b) $a_n = \frac{2n + 5}{7n - 5}$,
 - c) $a_n = (\frac{1}{2})^n$,
 - d) $a_n = (-2)^n$,
 - e) $a_n = \frac{3 - n}{n^2}$,
 - f) $a_n = \frac{\sqrt{5n^2 + 1}}{n + 1}$,
 - g) $a_n = (-\frac{1}{3})^n$,
 - h) $a_n = (1 + 10^{-4})^n$,
 - i) $a_n = (1 + \frac{1}{n})^{3n}$,
 - j) $a_n = \frac{an^2 + 400n}{bn^2 - 400}$ ($b \neq 0$).

7. Il cesio isotopo ^{137}Cs perde annualmente il 2.3 % della sua massa per disintegrazione radioattiva. ^{137}Cs è un pericoloso inquinante contenuto nel *fall-out* radioattivo. Supponiamo che ogni anno si liberi nell’ambiente la stessa massa M del ^{137}Cs .

(a) Qual è la massa totale che verrà accumulata dopo n anni?

- (b) Qual è la massa totale che verrà accumulata quando viene raggiunto l'equilibrio ($n \rightarrow \infty$)?

Il decadimento radioattivo è esponenziale, cioè il numero $N(t)$ di atomi residui al tempo t può essere valutato in rapporto al numero N_0 di atomi radioattivi iniziali tramite la formula

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

- (c) Trovare la costante di decadimento λ (unità di misura?) per il ^{137}Cs .
(d) Qual è la relazione tra il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ e λ ? Calcolare il tempo di dimezzamento di ^{137}Cs .
(e) Dopo quanti anni la radioattività del ^{137}Cs si riduce a 1%?

Il cesio isotopo ^{134}Cs ha un tempo di dimezzamento di 2,06 anni.

- (f) Calcolare la costante di decadimento λ per il ^{134}Cs .

Nel 1995 è stata fatta un'analisi del rapporto dell'attività del ^{134}Cs sul ^{137}Cs nei funghi. Si è trovato un rapporto di 1 : 40. Il rapporto nella nube radioattiva proveniente da Chernobyl in seguito all'incidente nei primi giorni del maggio 1986 era 1 : 2.

- (g) La provenienza dei due isotopi nei funghi è da imputare alla deposizione in seguito all'incidente di Chernobyl?

Anche l'eliminazione biologica (per via urinaria, fecale e respiratoria) delle sostanze radioattive dall'organismo umano è approssimativamente esponenziale ed è caratterizzato dal tempo di dimezzamento biologico $T_{b1/2}$. Il cosiddetto tempo di dimezzamento effettivo T_{eff} risulta sia dal decadimento radioattivo sia dall'eliminazione biologica della sostanza radioattiva.

- (h) Trovare la relazione fra il tempo di dimezzamento effettivo T_{eff} , il tempo di dimezzamento fisico $T_{1/2}$ e il tempo di dimezzamento biologico $T_{b1/2}$.

Il cesio isotopo ^{134}Cs ha un tempo di dimezzamento fisico di 2,06 anni e un tempo di dimezzamento biologico di 110 giorni (maschi).

- (i) Calcolare il tempo di dimezzamento effettivo del cesio isotopo ^{134}Cs .