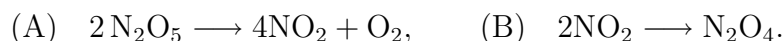


1. Nella molecola  $\text{H}_2\text{O}$  l'angolo di legame H–O–H è  $104^\circ 27'$  e la distanza O–H misura  $0,957 \cdot 10^{-10}$  m. Calcolare la distanza tra gli atomi d'idrogeno (con quattro cifre, poi arrotondato a tre cifre significative).

2. Data la funzione  $f(x) = 1 + \frac{x}{2} + \frac{8}{x}$ ,  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,

- (a) trovare i minimi e i massimi relativi;
- (b) determinare gli asintoti;
- (c) disegnare il grafico;
- (d) calcolare il polinomio di Taylor del secondo grado e di centro 4.

3. Consideriamo le seguenti due reazioni (A) e (B):



Le concentrazioni  $x(t) = [\text{N}_2\text{O}_5]$  e  $y(t) = [\text{NO}_2]$  sono funzioni del tempo  $t$ . Denotiamo le concentrazioni iniziali con  $x_0 = x(0)$  e  $y_0 = y(0)$ .

(a) Tenendo conto delle condizioni iniziali, risolvere le equazioni differenziali

$$(A) \quad \frac{dx}{dt} = -k_1x, \quad (B) \quad \frac{dy}{dt} = -k_2y^2,$$

dove  $k_1$  e  $k_2$  sono costanti positive.

- (b) Trovare i limiti di  $x(t)$  e di  $y(t)$  per  $t \rightarrow \infty$ .
- (c) Determinare il tempo di mezza-vita delle reazioni, cioè il tempo a cui metà del reagente ha reagito.
- (d) Dopo quante ore la concentrazione di  $\text{N}_2\text{O}_5$  si riduce all'1% della concentrazione iniziale  $C_0$ ? ( $k_1 = 8,05 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ )

4. Calcolare gli integrali:

$$(a) \int_1^3 \frac{1}{1-2x} dx, \quad (b) \int_0^\pi \sin 3x dx, \quad (c) \int x \cos x dx, \quad (d) \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx .$$

5. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = (x + 2y - 5)^2 + 3(y - 2x)^2, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

e se ne determinino:

- (a) il gradiente nel punto  $(0, 1)$ ;
- (b) la derivata direzionale nel punto  $(0, 1)$  secondo la direzione della retta di equazione  $3x + y = 0$ ;
- (c) i minimi e i massimi relativi e assoluti.