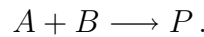


1. Si consideri la seguente reazione chimica:



La velocità della reazione è uguale alla velocità di scomparsa o di A o di B .
Si è trovato empiricamente che

$$-\frac{d[A]}{dt} = -\frac{d[B]}{dt} = k[A][B], \quad (1)$$

dove $[A] = f(t)$ è la concentrazione di A (in mol/l) in funzione del tempo t (in s) e k è la costante specifica di velocità (in $l \cdot s^{-1} \cdot mol^{-1}$).

- (a) Si ha in particolare $\frac{d[A]}{dt} = \frac{d[B]}{dt}$. Che cosa ne segue per il legame tra le funzioni $[A]$ e $[B]$?
- (b) Si supponga che le concentrazioni iniziali di A e di B siano uguali e trovi la forma integrata dell'equazione (1), cioè calcoli i due integrali della seguente equazione (2):

$$-\int \frac{d[A]}{[A]^2} = \int k dt. \quad (2)$$

Si determini la costante di integrazione in modo tale che per $t = 0$ la concentrazione di A sia $[A]_0$.

- (c) Si scriva $[A] = f(t)$ in forma esplicita, si trovi $\lim_{t \rightarrow +\infty} [A]$ e si disegni il grafico della funzione $[A] = f(t)$.
2. Calcolare gli integrali:

$$(a) \int_0^2 |x-1| dx, \quad (b) \int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx, \quad (c) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx, \quad (d) \int x e^{-x} dx.$$

3. Calcolare approssimativamente le soluzioni dell'equazione

$$\text{sen } x = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$

sostituendo la funzione $\text{sen } x$ con il suo polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

4. Data la funzione $z = f(x, y) = (3x - y + 1)^2$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$,

- (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f ;
- (b) disegnare le curve di livello per le quote 0 e 4;
- (c) (facoltativo) disegnare il grafico di f .