C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 10. 12. 2008

1. Disegnare i campi di direzione (o inclinazione) delle seguenti equazioni differenziali che associano ad ogni punto (x, y) del piano l'inclinazione y':

   (a) $y' = -x/y$, (b) $y' = y - x$, (c) $y' = 1 + xy$, (d) $y' = 1/y$.

2. Calcolare gli integrali indefiniti

   (a) $\int x^{-6}\, dx$, (b) $\int t^{-1/3}\, dt$, (c) $\int (u + 2u^2 + 3u^3)\, du$,
   (d) $\int \cos(3\theta + 2)\, d\theta$, (e) $\int (2x + 1)e^{x^2+x}\, dx$, (f) $\int (3t + 2)^5\, dt$.

3. Calcolare gli integrali:

   (a) $\int x^5\, dx$, (b) $\int x^{-5}\, dx$, (c) $\int (\operatorname{sen} x + \cos x)\, dx$,
   (d) $\int 4\sqrt{x}\, dx$, (e) $\int \frac{6x^2 + 4x + 2}{\sqrt{x}}\, dx$, (f) $\int -\frac{1}{x}\, dx$.

4. Calcolate i seguenti integrali:

   (a) $\int \frac{1}{4x - 1}, dx$, (b) $\int \frac{2}{1 + 4x^2}\, dx$, (c) $\int e^{-2x}\, dx$,
   (d) $\int (3x - 2)^{-5}\, dx$, (e) $\int (2 + 5x)^8\, dx$, (f) $\int \operatorname{sen}(2x - 3)\, dx$,
   (g) $\int x^2 e^x\, dx$, (h) $\int (3x - 1) \operatorname{sen} x\, dx$.

5. Calcolate i seguenti integrali:

   (a) $\int \frac{1}{x^2 - 2x}\, dx$, (b) $\int \frac{1}{\cos x}\, dx$ (si usi la sostituzione $t = \tan \frac{x}{2}$),
   (c) $\int \frac{x + 1}{(x - 1)^2}\, dx$, d) $\int \frac{2x - 1}{x^2 + 2x + 2}\, dx$.

6. Calcolate (si veda esercizio 2):

   (a) $\int_2^3 x^5\, dx$, (b) $\int_{-2}^{-1} x^{-5}\, dx$, (c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} x + \cos x)\, dx$
   (d) $\int_0^9 4\sqrt{x}\, dx$, (e) $\int_0^2 \frac{6x^2 + 4x + 2}{\sqrt{x}}\, dx$, (f) $\int_1^e -\frac{1}{x}\, dx$.

7. Calcolate
   $$\int_{-1}^{1} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx$$
   fino alla seconda cifra decimale integrando il polinomio di Taylor di punto iniziale 0 e di un grado sufficientemente alto della funzione $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$.
   Nota bene: Il modo più semplice per ottenere lo sviluppo di Taylor in questione è di sostituire x con $-\frac{1}{2}x^2$ nello sviluppo di Taylor di e^x.